Beiträge zur Kenntnis

der

Dispersion der Doppelbrechung einiger Kristalle.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Georg-August-Universität
zu Göttingen

vorgelegt von

Arthur Ehringhaus
aus Heiligenhaus (Niederrhein).

Göttingen 1916.

Beiträge zur Kenntnis

der

Dispersion der Doppelbrechung einiger Kristalle.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät der Georg-August-Universität
zu Göttingen

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

vorgelegt von

Arthur Ehringhaus
aus Heiligenhaus (Niederrhein).

Göttingen 1916.

Referent: Herr Geh. Bergrat Prof. Dr. O. Mügge.
Tag der mündlichen Prüfung: 16. Februar 1916.

Separat-Abdruck aus dem Neuen Jahrbuch für Mineralogie etc. Beil.-Bd. XLI.

Stuttgart.
E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung
Nägele & Dr. Sproesser.
1916.

Druck von Carl Grüninger, K. Hofbuchdruckerei Zu Gutenberg (Klett & Hartmann), Stuttgart.

Meinem lieben Vater
und dem Andenken meiner geliebten Mutter.

Beiträge zur Kenntnis der Dispersion der Doppelbrechung einiger Kristalle.

Von

Arthur Ehringhaus in Göttingen.

Mit 7 Textfiguren.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 343
Methode und Apparate 345
Messung der Doppelbrechung am Quarz 349
Theoretische Erörterungen und Folgerungen 352
Grundlage für die zahlenmäßige Wiedergabe und den Vergleich der Dispersionen der Doppelbrechung 356
Messungen der Brechungsexponenten und der Doppelbrechung am
Apatit 358
Eis 362
Eis bei tiefen Temperaturen 368
Brucit 371
Apophyllit 373
Anatas 375
Cupribikaliumchlorid 378
Hambergit 381
Gips 384
Einfluß der beobachteten und außerdem zu erwartenden Arten von Dispersionen der Doppelbrechung auf den Charakter der Interferenzfarben 392
Bedeutung der relativen Dispersion der Doppelbrechung für den Charakter der Interferenzfarben doppelbrechender Kristalle . . 407
Zusammenfassung und Ergebnisse allgemeiner Art 417

Einleitung.

Die Interferenzfarben, welche doppelbrechende Kristalle zwischen gekreuzten Nicols, bei Beleuchtung mit gewöhnlichem weißem Licht, zeigen, unterscheiden sich erfahrungsgemäß in den weitaus meisten Fällen kaum von den NEWTON'schen Interferenzfarben, wie sie ein dünner Luftkeil in demselben Licht aufweist. Es läßt sich auch leicht der theoretische Nachweis erbringen, daß beide Arten von Farben in großer Annäherung übereinstimmen müssen, wenn die Doppelbrechung für das ganze Intervall der sichtbaren Wellen konstant ist.

Nach FRESNEL erhalten wir nämlich, unter der Voraussetzung, daß Polarisator und Analysator gekreuzt sind, für die Intensität des aus dem Analysator austretenden Wellengemisches, bei Anwendung von weißem Licht, den Ausdruck:

$$I_1 = \sin^2 2\alpha \, \Sigma I_\lambda \sin^2 \pi \frac{d\,(n_2 - n_1)}{\lambda}.$$

Hierbei ist α der Winkel zwischen den beiden Schwingungsrichtungen im Kristall und in den Polarisatoren, I_λ die Intensität des ursprünglichen Lichtes, d die Dicke der Kristallplatte, n_2 und n_1 die Brechungsindizes der beiden die Platte durchsetzenden Wellen und λ die Wellenlänge jeder Lichtsorte. Der Faktor vor dem Σ bestimmt die Intensität, der Faktor unter dem Σ die Farbe des austretenden Lichtes.

Für die Farbe einer dünnen Luftschicht von der Dicke d', im weißen reflektierten Licht, läßt sich die Intensität mit guter Annäherung wiedergeben durch die Formel[1]:

$$I_r = \left(\frac{1 - n^2}{2n}\right) \Sigma I_\lambda \sin^2 2\pi \frac{d'}{\lambda}.$$

Wenn die Änderung des Brechungsexponenten n mit der Wellenlänge λ, also die Dispersion, vernachlässigt werden kann, so ist der Faktor vor dem Σ eine Konstante, die das Reflexionsvermögen des die Luftschicht begrenzenden Mediums charakterisiert. Die beiden Formeln für I_1 und I_r sind im übrigen vollkommen identisch, wenn $2d' = d\,(n_2 - n_1)$; d. h. die Interferenzfarbe einer zwischen gekreuzten Polarisatoren befindlichen Kristallplatte der Dicke d, im weißen Licht, stimmt bei konstantem $(n_2 - n_1)$ nahe überein

[1] P. DRUDE, Lehrbuch der Optik. 1. Aufl. p. 284. Leipzig 1900.

mit der Farbe, welche im senkrecht einfallenden weißen Licht von einer dünnen Luftschicht reflektiert wird, deren Dicke gleich ist dem Produkt aus der halben Dicke $\left(\frac{d}{2}\right)$ und der Doppelbrechung $(n_2 - n_1)$ der Kristallplatte. Wird $(n_2 - n_1)$ eine Funktion von λ, so ändert sich die Zusammensetzung des Lichtes bei der Kristallplatte um so mehr, je größer die Differenz der Doppelbrechung für die verschiedenen Bezirke des sichtbaren Spektrums wird. In der Praxis zeigt sich, daß bei geringer Dispersion der Doppelbrechung keine merkliche Änderung der Interferenzfarben eintritt. Bei stärkeren Unterschieden in der Doppelbrechung werden die Farben dagegen deutlich anormal, wie durch eine Reihe von Untersuchungen feststeht. Ganz wesentlich mitbestimmend für die Stärke der Abweichung der Interferenzfarben von der Norm ist nun, was nicht überall gebührend hervorgehoben wird, die Art der Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Wellenlänge, d. h. ob die Doppelbrechung mit zunehmendem λ zu- oder abnimmt, ob sie ein Maximum oder Minimum im sichtbaren Spektrum aufweist, oder ob sie sogar von positiven zu negativen Werten übergeht.

Bei zweiachsigen Kristallen ist außer der Dispersion der Doppelbrechung auch diejenige der optischen Achsen und der Achsen des Fresnel'schen Bezugsellipsoides von Einfluß auf die resultierenden Interferenzfarben; denn bei den letzten Arten der Dispersion weicht die Fresnel'sche Formel für I_1 noch mehr von der für I_r ab; $(n_2 - n_1)$ ist dann nämlich außer von λ auch noch von α abhängig, und der Faktor vor dem Σ ist also keine Konstante mehr und muß deshalb unter das Σ genommen werden.

Zur Ermittlung der Dispersion der Doppelbrechung stehen nun verschiedene Wege offen. Zunächst kann man natürlich die Brechungsexponenten der beiden interferierenden Strahlen für die verschiedenen Spektralgebiete nach einer der gebräuchlichen Methoden messen und kennt hiermit auch die Doppelbrechung.

Man kann aus dem Kristall einen Keil schneiden, dessen eine Fläche senkrecht steht zu der Richtung der gesuchten Doppelbrechung. Im weißen Licht zeigt der Keil gleich die ganze Folge seiner Interferenzfarben. Im monochromatischen Licht, etwa Rot und Violett, läßt sich mit Hilfe eines Kompensators der Gangunterschied an einer bestimmten Stelle des Keiles messen; hieraus

und aus der Dicke dieser Keilstelle ergibt sich dann die Doppelbrechung[1].

Einer Kombination des Kompensators mit einem Spektralokular zur Bestimmung der Dispersion der Doppelbrechung an planparallelen Platten bedienen sich Becke[2] und seine Schüler[3]. Diese Methode gibt, wie die mitgeteilten Werte zeigen, sehr gute Resultate, ist aber, wie die vorige, ziemlich mühsam.

Die vorliegende Arbeit hat nun zum Ziel, zu zeigen, daß man die Dispersion der Doppelbrechung in relativ bequemer Weise, in dem ganzen in Betracht kommenden Spektralbezirk, ermitteln kann ohne Benutzung des Kompensators, allein mit Hilfe der spektralen Zerlegung der Interferenzfarben; Voraussetzung hierbei ist nur, daß die Doppelbrechung für eine beliebige Farbe auf anderem Wege so genau wie möglich bestimmt worden ist. Ferner soll mit Hilfe einer tabellarischen Zusammenstellung und einer übersichtlichen graphischen Darstellung der erlangten Resultate eine Diskussion darüber angestellt werden, welche Art von Anormalität in den Interferenzfarben durch die gefundenen und außerdem noch denkbaren Fälle von Dispersion der Doppelbrechung hervorgerufen wird; hierbei soll insbesondere auf die Einteilung der Interferenzfarben nach Becke[4] in normale, übernormale, unternormale und anormale Bezug genommen werden.

Methode und Apparate.

Analysieren wir die Interferenzfarbe, welche eine in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols befindliche doppelbrechende Kristallplatte bei Beleuchtung mit weißem Licht zeigt, mit einem Spektralapparat, so erblicken wir ein Spektrum, in dem eine mehr oder weniger große Anzahl von dunklen, dem Spalt parallel laufenden Streifen auftritt. Wie aus der zu Anfang erwähnten Formel

---

[1] H. Ambronn, Zeitschr. f. Krist. **52**. 48. 1913.

[2] F. Becke, Optische Untersuchungsmethoden. Denkschr. d. math.-naturw. Kl. d. k. Akad. d. Wiss. **75**. p. 55—95. Wien 1904.

[3] C. Hlawatsch, Tscherm. Min.-petr. Mitt. **21**. 107. 1902; **23**. 415—450. 1904.

[4] F. Becke, a. a. O.

von Fresnel für I_1 hervorgeht, müssen nämlich in dem Licht nach dem Durchgang durch die Kristallplatte alle Schwingungen ausfallen, für welche der Gangunterschied Γ ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge ist; d. h. für jeden dunklen Streifen gilt die Gleichung:

$$\Gamma = d\,(n_2 - n_1) = n\,\lambda.$$

Kennt man in dieser Gleichung d, die Dicke der Kristallplatte, die Wellenlänge λ und die zugehörige ganze Zahl n, so kann die Doppelbrechung $(n_2 - n_1)$, welche die Kristallsubstanz besitzt, berechnet werden.

Die Dicke d läßt sich leicht mikrometrisch messen, und zwar wurde die Messung der Dicke sämtlicher für diese Arbeit benutzten planparallelen Kristallplatten ausgeführt mit einem Kontaktmikrometer nach Abbe[1], dessen Skala von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht war. Die bei den einzelnen Messungen erreichte Genauigkeit ist in jedem Falle angegeben. λ kann man in einem in Wellenlängen geeichten Spektralapparat leicht ablesen. Über die n weiß man zunächst nur, daß es ganze Zahlen sind, und daß sie mit λ wachsen oder abnehmen. Ist nun die Art der Änderung von n bekannt, und kennt man das zu einem Streifen gehörende n, so weiß man auch die Werte der n aller anderen vorhandenen Streifen. Wie sich der Verlauf der n aus den für die Streifen abgelesenen Wellenlängen, unter Zurhilfenahme einer weiter unten erläuterten graphischen Darstellung, bequem ergibt, werden wir an genannter Stelle sehen. Ein bestimmtes n wurde nun folgendermaßen gefunden: In die Gleichung für Γ wurde ein bekannter Wert $(n_2 - n_1)$ eingesetzt, der mit einem der Streifen möglichst zusammenfiel. Hierbei erhält man für n einen Bruch, der dem gesuchten n ganz nahe liegt. Der auf eine ganze Zahl abgerundete Wert wurde dann als das zu dem betreffenden Streifen zugehörende n genommen.

Es sei hier gleich hervorgehoben, daß der absolute Wert der in vorstehender Weise ermittelten Doppelbrechung für die verschiedenen Farben, außer von der Genauigkeit der Methode selbst, noch abhängig ist von dem Fehler, welcher der zur Bestimmung des ersten n benutzten Zahl für die Doppelbrechung anhaftet.

[1] C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde. 1892. 307.

Der relative Verlauf der Doppelbrechung, oder mit anderen Worten die Dispersion der Doppelbrechung, bleibt aber praktisch fast ungeändert, wenn auch die absoluten Werte nicht genau stimmen. Die Genauigkeit der hier benutzten Methode selbst wird bei den Messungen am Quarz diskutiert werden.

Die Anordnung für die Messung der Dispersion der Doppelbrechung war nun folgende: Das weiße Licht einer Bogenlampe, mitunter auch das von einem Heliostaten kommende Sonnenlicht, passierte, durch Kollimator und Kollektor stark konvergent gemacht, ein Polarisationsprisma mit großer Öffnung. Das so erzielte polarisierte Licht wurde durch eine weitere Linse möglichst parallel gerichtet. Die parallelen Strahlen durchsetzten dann die Kristallplatte und fielen hierauf auf den Spalt eines großen Spektralapparates von Fr. Schmidt und Haensch, mit Rutherford'schem Compound-Prisma und mit Wellenlängenskala. Die Länge des Spaltes kann bei diesem Apparat durch eine Revolverscheibe mit verschiedenen hohen Ausschnitten von 0,4 bis 4,4 mm verändert werden. Dies ist sehr wichtig, wenn man gezwungen ist, kleine Kristallplatten zu benutzen, weil entweder das Material zu kostbar oder in größeren Teilen nicht homogen genug ist. Um das zu untersuchende Präparat, auch wenn es klein war, bequem und möglichst dicht vor dem Spalt in den Strahlengang zu bringen, war mit dem Spektralapparat zusammen auf einer auf drei Fußschrauben ruhenden eisernen Grundplatte ein drehbarer Kreuzschlittentisch angebracht, wie er für Mikroskope gebräuchlich ist. Der Tisch war an einem Träger befestigt, der auf einer in Richtung des Kollimatorrohres vor diesem aufgebauten Schiene gleiten konnte. Der Tisch war mechanisch so genau wie möglich senkrecht zur Richtung der Schiene gestellt. Durch eine justierbare Anordnung der Schiene konnte diese dem Kollimatorrohr parallel, und der Tisch also senkrecht zu der Strahlenrichtung gestellt werden. Hinter der Linse des Kollimatorrohres, aber vor dem Rutherford'schen Prisma, war der Analysator eingeschaltet, dessen Schwingungsebene senkrecht zu der des Polarisators stand. Die Gesichtsfeldskala wurde sorgfältig mit einer großen Reihe von Spektrallinien von 760—404 $\mu\mu$ in Wellenlängen ausgewertet. Bei Schätzung von 0,1 Skalenteil war die Genauigkeit in den verschiedenen Teilen der Skala die folgende:

(720—640 $\mu\mu$)	Rot	1,0 $\mu\mu$
(640—580 „)	Orange	0,5 „
(580—430 „)	Grün-Blau	0,2 „
(430—400 „)	Violett	0,1 „

Das Schätzen wurde erleichtert durch Einstellung des Interferenzstreifens in den Schnittpunkt eines Andreaskreuzes, dessen Lage im Spektrum außerdem noch mit Hilfe von Trommel und Skala genau an den benachbarten Gesichtsfeld-Skalenteil angeschlossen werden konnte. Die Ablesefehler dürften demnach im Mittel nicht weit über 1 $\mu\mu$ hinausgehen. Nur im äußersten Rot und Violett können die Fehler größer sein (jenseits 415 und 720 $\mu\mu$), denn hier kann das Auge die dunklen Streifen nur mit Mühe erkennen. Durch Benutzung der Photographie zur Fixierung der Interferenzstreifen mitsamt der Wellenlängenskala konnte aber wenigstens für das Violett die visuelle Ablesung in willkommener Weise ergänzt werden. Es wurde so erstens die im äußersten Violett schon merkbare Parallaxe aufgehoben und zweitens auch die Grenze des Spektrums nach dieser Seite noch etwas weiter hinausgerückt. Als Negativmaterial wurde meist die panchromatische Platte von Perutz-München gebraucht; sie erlaubte bei Belichtungszeiten von 10 Sekunden bis zu wenigen Minuten eine Wiedergabe der Spektralfarben nach dem roten Ende des Spektrums zu bis zur Wellenlänge 710 $\mu\mu$ ca. Im äußersten Rot mußte dann die Lage der Streifen mit dem Fernrohr festgestellt werden. Die bequeme und sichere Auswechslung von Fernrohr gegen photographische Kamera war durch eine exakt ausgeführte Schlittenvorrichtung gewährleistet.

Zur vergleichenden Prüfung der nach der „Streifenmethode" gefundenen Dispersionen der Doppelbrechung wurden in allen Fällen auf anderem Wege gewonnene Werte für die Doppelbrechung herangezogen. Bei der Mehrzahl der untersuchten Kristalle wurden die Brechungsexponenten und damit auch die Doppelbrechung nach der Methode des Minimums der Ablenkung für eine Reihe von Wellenlängen gemessen. Im übrigen sind die Werte verschiedener Autoren benutzt worden.

Die Messung der Brechungsexponenten geschah mit einem großen Spektrometer von R. Fuess. Der Teilkreis dieses Instrumentes ist in $\frac{1}{6}$ Grade geteilt und erlaubt mit seinen beiden Schätzmikroskopen eine Ablesung von $\frac{1}{10}$ Minute

= 6 Sekunden. Als Lichtquelle diente meistens eine Quecksilberdampf-Quarzglas-Lampe von C. Heräus, die mir von Herrn Dr. H. Rose freundschaftlich zur Verfügung gestellt war. Der Quecksilber-Lichtbogen wurde mit einer Beleuchtungslinse auf dem Eintrittsspalt eines Wülfing'schen Monochromators abgebildet. Das Licht der jeweilig aus dem Austrittsspalt austretenden Spektrallinie wurde unter Zwischenschaltung einer weiteren Beleuchtungslinse zur Beleuchtung des Spektrometer-Spaltes verwandt. Die Wellenlängen der Quecksilberlinien sind entnommen der Dissertation von H. Rose[1]. Weitere Lichtquellen waren die Sonne und künstliches Lithium- und Natriumlicht.

Messung der Doppelbrechung am Quarz.

Um nun die Streifenmethode auf ihre Brauchbarkeit zur Bestimmung von Größe und Verlauf der Doppelbrechung zu prüfen, wurde eine Probemessung an einer zur optischen Achse parallelen, gut planparallelen Quarzplatte angestellt. Die Brechungsexponenten des Quarzes sind von Gifford[2] bis auf wenige Einheiten der 6. Dezimale genau nach einer sehr exakten Methode ermittelt worden, wobei auch für gute Konstanthaltung der Temperatur besondere Einrichtungen getroffen waren. Da diese Messungen offenbar mit außerordentlichen Hilfsmitteln unternommen worden sind, so kann den aus ihnen folgenden Zahlen für die Doppelbrechung des Quarzes großes Vertrauen entgegengebracht werden.

Für einen bestimmten Interferenzstreifen der benutzten Quarzplatte im Rot, dessen Wellenlänge zu 706,6 $\mu\mu$ abgelesen war, wurde nun das zugehörige n berechnet. Dieser Streifen wurde deshalb gewählt, weil von Gifford die Exponenten für dieselbe Wellenlänge, nämlich für die rote Heliumlinie 706,6 $\mu\mu$, gemessen sind. Die Doppelbrechung für diese Linie folgt aus diesen Exponenten zu 0,008987. Wenn die Lage des genannten Streifens genau stimmte, mußte die ganze Zahl n ebenfalls genau herauskommen. Unter Einsetzung der gefundenen Dicke der Quarzplatte von d = 3,146 mm ergibt sich das n in der Tat als 40,01, also sehr nahe gleich 40. Zu jeder der in dem Spektralapparat

[1] H. Rose, dies. Jahrb. Beil.-Bd. XXIX. 53–60; Inaugural-Dissertation. Göttingen 1909.

[2] J. W. Gifford, Proc. Roy. Soc. **70**. 336. 1902.

gefundenen Wellenlängen der 38 Interferenzstreifen der untersuchten Quarzplatte (siehe λ beob. in Tabelle 1) wurde nun aus einer in sehr großem Maßstabe auf Millimeterpapier gezeichneten Kurve der Doppelbrechung des Quarzes nach Gifford die zugehörige Doppelbrechung abgelesen. Mit Hilfe dieser Werte, der Dicke der Platte und der bekannten n wurden die λ darauf zurückberechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 als λ ber. wiedergegeben. Die Differenzen zwischen λ beob. und λ ber. sind, wie ein Blick auf die 4. Kolumne unserer Tabelle lehrt, in fast allen Fällen kleiner wie 1 $\mu\mu$. Unter Einsetzung der beobachteten λ ist andererseits für jeden Streifen die Doppelbrechung berechnet worden. Diese Werte finden sich unter $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 1. Zum Vergleich sind daneben unter $(\varepsilon - \omega)_1$ die aus der oben erwähnten Kurve der Doppelbrechung nach Gifford interpolierten Zahlen angegeben. Die Abweichung zwischen beiden Zahlenreihen übersteigt meistens kaum 1 Einheit der 5. Dezimale.

Graphische Darstellung der nach der Streifenmethode gefundenen Resultate.

Zur anschaulichen Wiedergabe der nach der Streifenmethode gewonnenen Resultate wurde folgende graphische Darstellung gewählt. In der Gleichung

$$(n_2 - n_1)\, d = n\lambda$$

ist jede Seite eine Funktion von λ, da ja auch $(n_2 - n_1)$ mit λ variiert. Die Gleichung repräsentiert uns solche Werte, für welche die beiden Funktionen

$$f(\lambda) = (n_2 - n_1) \cdot d_{\lambda}^{\gamma} = \Gamma$$
$$f(\lambda) = n \cdot \lambda$$

einander gleich sind, d. h. solche Stellen, in denen die darstellenden Kurven sich schneiden. Wir tragen auf der Abszissenachse die Wellenlänge λ in $\mu\mu$ ab, auf der Ordinatenachse den Gangunterschied, ebenfalls in $\mu\mu$. Die Funktionen $f(\lambda) = n \cdot \lambda$, ($n = 1, 2, 3, \ldots$.), stellen dann ein Büschel von geraden Linien durch den Koordinatenanfangspunkt dar (siehe Fig. 1, die Geraden 1 bis 5). $f(\lambda) = \lambda$ würde also z. B. die Gerade sein, welche unter 45° zur Abszissenachse im positiven Quadranten liegt (Fig. 1, Gerade 1). Die Funktionen $f(\lambda) = \Gamma$ sind in Annäherung qua-

Tabelle 1. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Quarzes.**

Dicke der planparallelen Platte d = 3,146 mm.
Temperatur t = 18,6° C.
λ ber. nach den Werten für $(\varepsilon - \omega)$, (t = 15° C.) von GIFFORD.
$(\varepsilon - \omega)_1$ interpoliert aus den Werten von GIFFORD.
$(\varepsilon - \omega)_2$ berechnet mit Hilfe von λ beob.

n	λ ber. in $\mu\mu$	λ beob. in $\mu\mu$	λ ber. — λ beob. in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
37	758,6	758,0	+ 0,6	0,008945	0,008915
38	741,9	739,0	2,9	8962	8926
39	724,0	722,1	1,9	8974	8952
40	706,8	706,6	0,2	8986	8984
41	690,4	690,3	0,1	8996	8996
42	674,6	674,8	— 0,2	9006	9009
43	659,6	659,1	+ 0,5	9016	9009
44	645,9	644,8	1,1	9033	9018
45	632,7	632,6	0,1	9050	9049
46	619,8	619,9	— 0,1	9068	9064
47	608,1	607,6	+ 0,5	9085	9077
48	596,5	596,2	0,3	9104	9097
49	585,3	584,7	0,6	9116	9107
50	574,3	574,7	— 0,4	9128	9134
51	563,8	563,6	+ 0,2	9140	9137
52	554,0	553,9	0,1	9157	9155
53	544,6	544,4	0,2	9176	9171
54	538,8	534,9	0,9	9196	9181
55	527,0	526,2	0,8	9213	9199
56	518,5	517,7	0,8	9230	9215
57	510,2	509,7	0,5	9244	9235
58	502,2	501,6	0,6	9259	9248
59	494,4	494,3	0,1	9272	9270
60	487,0	486,4	0,6	9288	9277
61	479,8	479,7	0,1	9305	9301
62	473,0	472,4	0,6	9324	9310
63	466,3	466,0	0,3	9342	9332
64	459,9	459,8	0,1	9359	9354
65	453,7	453,3	0,4	9376	9366
66	447,6	447,2	0,4	9393	9382
67	441,7	441,5	0,2	9409	9403
68	436,0	436,0	0,0	9424	9424
69	430,5	430,4	0,1	9446	9440
70	425,1	425,3	— 0,2	9460	9463
71	420,6	420,1	+ 0,5	9492	9481
72	415,9	415,2	0,7	9514	9502
73	411,0	410,3	0,7	9536	9521
74	406,4	405,4	1,0	9558	9536

dratische Funktionen und haben irgendeinen empirisch ermittelten Verlauf. Die Schnittpunkte dieser Kurven für den Gangunterschied mit den Geraden des Büschels entsprechen den Stellen größter Dunkelheit im Interferenzspektrum, also unseren Interferenzstreifen.

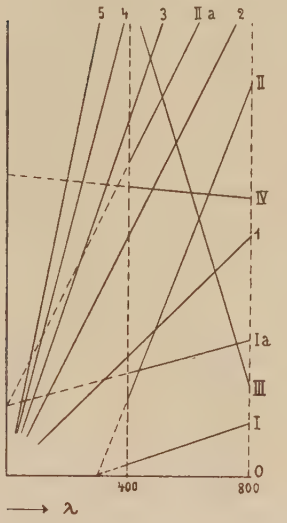


Fig. 1.

In Fig. 2[1] sind auf diese Weise die Resultate der Probemessung am Quarz dargestellt. Da bei gleichem Maßstabe von Abszissen und Ordinaten die geraden Linien des Büschels sich um so mehr aneinanderdrängen, je größer die ganze Zahl n ist, so ist der Übersichtlichkeit halber der Maßstab der Ordinaten auf $\frac{1}{50}$ verkürzt. Eingetragen sind zunächst (vergl. Fig. 2 die Kurve mit der Bezeichnung Quarz, d = 1 mm) die Gangunterschiede einer 1 mm dicken Quarzplatte, wie sie sich aus den Zahlen für $(\varepsilon - \omega)_2$ der Tabelle 1 ergeben. Die Kurve ist durch geradlinige Verbindung je zweier der 38 Punkte erhalten worden. Sie zeigt einen ganz stetigen Verlauf. Die Kurve, welche sich analog aus der Doppelbrechung des Quarzes nach Gifford ergibt, weicht um durchschnittlich 1 Einheit der 5. Dezimale von der vorigen ab, wenn der Gangunterschied in mm gerechnet ist. Dieser Differenz entsprechen in der Zeichnung 0,05 mm; beide Kurven fallen demnach bei dem gewählten Maßstabe so gut wie vollständig zusammen.

Theoretische Erörterungen und Folgerungen.

Eine kleine mathematische Überlegung läßt erkennen, daß die beim Quarz erreichte Genauigkeit die theoretisch zu erwartende sehr nahe erreicht. Differenzieren wir nämlich die Gleichung

$$d(n_2 - n_1) = n\lambda$$

nach λ, so erhalten wir, wenn wir an Stelle des Differentialquotienten gleichzeitig den Differenzenquotienten setzen:

$$\Delta(n_2 - n_1) = \frac{n}{d}\Delta\lambda.$$

[1] Die Figuren 2, 3, 4 und 5 siehe p. 388—391.

Hieraus liest man sofort ab: Der Fehler von $(n_2 - n_1)$ ist proportional dem Ablesefehler von λ, der ganzen Zahl n und umgekehrt proportional der Dicke d der Kristallplatte. Da der Quotient $\frac{n}{d}$ um so kleiner wird, je geringer die Doppelbrechung der Substanz ist, so wird die Streifenmethode demnach für schwach doppelbrechende Kristalle genauere Werte liefern wie für solche mit starker Doppelbrechung. Nimmt man für $\Delta\lambda$ die p. 348 angegebenen Zahlen für die Genauigkeit des benutzten Spektralapparates und setzt die Dicke der untersuchten Quarzplatte rund gleich 3,1 mm, so erhält man für $\Delta(n_2 - n_1)$ die Größen:

	$\Delta(n_2 - n_1)$
Rot	0,000012
Orange	0,000008
Grün-Blau	0,000004
Violett	0,000002

Die Abweichungen der $(\varepsilon - \omega)_1$ von den $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 1 bewegen sich in der Tat in diesen Grenzen, und der größte der vorstehenden Fehler ist nur wenige Male etwas überschritten worden.

Da beim Quarz n mit wachsendem λ abnimmt, so wird aus diesem Grunde zunächst der Fehler der Doppelbrechung im Violett größer als im Rot. Zum Teil wird dies dadurch kompensiert, daß die Ablesegenauigkeit von λ umgekehrt im Violett größer ist wie im Rot, selbst wenn man beachtet, daß die Breite der Interferenzstreifen in dem Prismen-Spektralapparat nach kleineren Wellenlängen hin zunimmt. Durch den letzten Umstand werden nur bei kleinen Gangunterschieden die Streifen im Violett so verwaschen, daß die Schärfe der Ablesung wesentlich darunter leidet. Wie nun aus obigen Zahlen für $\Delta(n_2 - n_1)$ hervorgeht, überwiegen aber die $\Delta\lambda$ bedeutend, so daß die endgültigen Fehler von $(n_2 - n_1)$ nach dem violetten Ende des Spektrums zu kleiner sind wie nach dem roten. Bei Benutzung eines Beugungsgitters statt eines Prismas würde nur die durch das n bewirkte Änderung von $(n_2 - n_1)$ übrigbleiben.

Die absolute Genauigkeit der gefundenen Doppelbrechung hängt nun noch ab von den Fehlern von d und n. Da sowohl die Dicke der Quarzplatte als auch die zur Berechnung von n zugrunde gelegte Doppelbrechung sehr genau bekannt war, so sind beim Quarz die n sicher richtig. Die Dicke der Platte

an der benutzten Stelle ist um höchstens 0,001 mm falsch. Die Änderung der Doppelbrechung des Quarzes für gelbes Licht bei einer Variation der Dicke um den genannten Betrag beläuft sich auf ca. 4 Einheiten der 6. Dezimale.

Beim Quarz war bekannt, daß die ganzen Zahlen n mit abnehmendem λ wachsen. Weiß man nun nicht, ob n mit wachsendem λ zu- oder abnimmt, so kann man dies leicht auf folgende Weise ermitteln. Wenn man für eine Kristallplatte von gemessener Dicke die Lage der Interferenzstreifen im Spektrum in Wellenlängen und außerdem für einen Streifen mit Hilfe einer bekannten Doppelbrechung das zugehörige n festgestellt hat, so kann man jetzt ohne weiteres die den Gangunterschied Γ darstellende Kurve in unser Koordinatensystem mit dem Geradenbüschel einzeichnen. Auf der geraden Linie n λ, deren n bekannt ist, markiert man den Streifen λ und trägt, sukzessive zu den benachbarten Geraden fortschreitend, auf diesen die Wellenlängen der sich nach beiden Seiten an den ersten anschließenden Streifen ab. Durch Verbindung der auf diese Weise erhaltenen Punkte bekommt man die Kurve für den Gangunterschied. Der Verlauf von n ist hieraus sofort zu entnehmen.

Allgemeines über das Verhalten der n enthalten die folgenden Betrachtungen. Zunächst ist zu berücksichtigen, daß die Γ-Kurven die λ-Achse ausschließlich in deren positiven Seite schneiden können, da nur dies einen physikalischen Sinn hat. Vorläufig seien außerdem die Fälle ausgeschieden, in denen der Schnitt mit der λ-Achse im Nullpunkt stattfinden würde. Abszissen und Ordinaten mögen wieder im Verhältnis 1 : 1 zueinander stehen. Die Richtungskonstanten der Γ-Kurven können dann dargestellt werden durch die Neigungen, die eine gerade Linie mit der Gleichung $\Gamma = k\,\lambda + b$ nacheinander annimmt, wenn diese um ihren Schnittpunkt mit der λ- oder Γ-Achse von 0 bis 180° gedreht wird. Schneidet die Gerade die positive λ-Achse, so ist zunächst evident, daß n so lange konstant gleich 0 bleibt, wie die Richtungskonstante unserer Geraden kleiner oder gleich 45° ist (siehe Fig. 1, Gerade 1; die Geradenstücke innerhalb des sichtbaren Spektrums sind in dieser Figur ausgezogen gezeichnet, die außerhalb liegenden Stücke sind gestrichelt). Wächst der Winkel der Geraden mit der λ-Achse über 45° hinaus, so schneidet die Gerade das Büschel, und n nimmt in ihrem Verlauf mit der

Wellenlänge zu, wie die Gerade II in Fig. 1 erkennen läßt. Dies gilt ersichtlich für alle Winkel von 45 bis 90°.

Schneidet die Gerade nicht die λ-Achse, sondern die Γ-Achse, so ist für die Winkel von 45 bis 90° dasselbe zu sagen wie vorhin (siehe Gerade II a in unserer Fig. 1). Liegen die Winkel jetzt zwischen 0 und 45°, so ist n nicht konstant gleich 0, wie im Falle der Geraden I, sondern es durchläuft die Zahlen 1, 2, 3, ... umgekehrt wie die zugehörigen Wellenlängen. Dies ist an der Geraden I a der vorerwähnten Figur zu ersehen.

Nimmt der Winkel unserer Geraden noch mehr zu, so nimmt n mit wachsendem λ ab, und zwar gilt dies für alle Richtungskonstanten von 90 bis 180°. Dies zeigen die Geraden III und IV in Fig. 1.

Ist in der Gleichung $\Gamma = k\,\lambda + b$ das b gleich 0, d. h. würde die darstellende Gerade außerhalb des sichtbaren Spektrums durch den Koordinatenanfangspunkt gehen, so ist sie mit einer der Geraden des Büschels identisch, wenn k eine ganze Zahl, also gleich n ist; sie liegt in dem Winkelraum, den zwei Geraden $\Gamma = n\,\lambda$ und $\Gamma = (n+1)\,\lambda$ einschließen, wenn k zwischen den beiden ganzen Zahlen n und $n+1$ liegt. Existierte eine Substanz, deren Verlauf der Doppelbrechung innerhalb des sichtbaren Spektrums ganz und gar durch eine solche Gerade dargestellt würde, so würde ein Keil davon dem Auge überhaupt keine Farbe, sondern nur reines spektrales Weiß darbieten. Denn in dem Spektrum der Interferenzfarben könnte bei keiner Dicke ein Interferenzstreifen auftreten. Vorausgesetzt ist natürlich, daß hierbei keine der andern Dispersionen stattfindet, die bei zweiachsigen Kristallen noch vorkommen können.

Die wirklichen Γ-Kurven weichen in ihrem Gesamtverlauf von geraden Linien mehr oder weniger stark ab; sie setzen sich gewissermaßen aus kurzen Geradenstücken von kontinuierlich wechselnden Richtungskonstanten zusammen. Die Doppelbrechung ergibt sich nämlich als Differenz zweier Brechungsexponenten, und diese lassen sich in allen Fällen darstellen durch eine der Formen der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsgleichungen. Da nun die Differenz zweier solcher Gleichungen im allgemeinen eine Gleichung ähnlicher Form ergibt, so wird die Doppelbrechung durch eine Kurve mit wechselnder Krümmung repräsentiert. Um aus einer solchen Gleichung den Verlauf von n ohne Zurhilfe-

nahme unseres Geradenbüschels zu ermitteln, hätte man die Integralkurve daraus abzuleiten. Die Ordinaten dieser Integralkurve würden uns die numerischen, positiven oder negativen, Werte der Richtungskonstanten geben. Mit Benutzung der oben angegebenen Kriterien könnte man dann den Verlauf von n für jeden Teil der ursprünglichen Kurve ablesen. In praxi wird man jedoch auf diesen umständlichen Weg verzichten.

Grundlage für die zahlenmäßige Wiedergabe und den Vergleich der Dispersionen und Doppelbrechung.

Als zahlenmäßige Darstellung für die Dispersion der Doppelbrechung sind zwei Ausdrücke in Gebrauch:

1. Der Quotient $\frac{\text{Doppelbrechung im Violett}}{\text{Doppelbrechung im Rot}} = \frac{(n_2 - n_1)_v}{(n_2 - n_1)_r}$;
2. Die Differenz

$$\text{Doppelbrechung im Violett} - \text{Doppelbrechung im Rot} = (n_2 - n_1)_v - (n_2 - n_1)_r.$$

An dem ersten Ausdruck ist auszusetzen, daß er bei gleicher Dispersion doch für diese zu ganz verschiedenen Zahlen führt, wenn bei zwei Kristallen die Stärke der Doppelbrechung für dieselbe Wellenlänge eine verschiedene ist. Denn ist z. B. die Doppelbrechung eines Kristalles im Rot gleich 0, im Violett ungleich 0, so würde der Quotient $\frac{(n_2 - n_1)_v}{(n_2 - n_1)_r} = \infty$ werden. Wenn aber $(n_2 - n_1)_r$ auch ungleich 0 ist, so wird der Quotient ein positiver oder negativer Bruch; hierbei kann jedoch der Verlauf der Doppelbrechung bei beiden Kristallen genau parallel gehen. Trotz gleicher Dispersion der Doppelbrechung bekommt man also ganz verschiedene Zahlenwerte. Dasselbe gilt auch für weniger extreme Fälle wie das angeführte Beispiel.

Anders wie der erste Ausdruck verhält sich der zweite; denn die Differenz bleibt bei parallelem Verlauf der Kurven der $(n_2 - n_1)$ immer dieselbe, ganz gleich wie im übrigen auch die Stärke der Doppelbrechung ist. Zu einem genaueren Vergleich der Dispersionen der Doppelbrechung verschiedener Substanzen kann aber die Differenz $(n_2 - n_1)_v - (n_2 - n_1)_r$ nur dann dienen, wenn der Gang der Doppelbrechung für das Gebiet von Rot bis Violett ein nicht zu verschiedener ist. Um aber auch dann Vergleichswerte zu haben, wenn in diesem Gang für verschiedene Substanzen

erhebliche Abweichungen vorkommen, kann man, abgesehen von der schon erläuterten Darstellung durch Kurven, die Dispersion der Doppelbrechung zahlenmäßig in ganz analoger Weise charakterisieren, wie es bei den optischen Gläsern zur Angabe ihrer Dispersion der Farben, nach Abbe's Vorgang, gebräuchlich ist.

Wir bilden die Differenzen $(n_2 - n_1)_{\lambda_2} - (n_2 - n_1)_{\lambda_1}$ für die Spektrallinien

B	686,7 $\mu\mu$
C	656,3 „
D	589,3 „
E	527,0 „
F	486,1 „
G	430,8 „
Hg	404,7 „

In Übertragung der Abbe'schen Bezeichnungsweise machen wir dann folgende Festsetzungen. Die Dispersion der Doppelbrechung von F bis C, wofür wir kurz schreiben wollen $\Delta F - \Delta C$, heiße die mittlere Dispersion der Doppelbrechung. Sie ist besonders charakteristisch, weil sie den unserem Auge am hellsten erscheinenden Teil des Spektrums umfaßt. Das Auftreten von Dispersion d. D. in diesem Intervall wird naturgemäß die Interferenzfarben am auffälligsten beeinflussen. Findet aber, bei geringer Änderung im Gebiete F bis C, außerhalb hiervon merklicheres Fallen oder Steigen der Doppelbrechung statt, so ist der Einfluß auf den Charakter der Interferenzfarben nur untergeordnet. Ein Beispiel hierfür ist der Quarz; bei ihm steigt die Doppelbrechung von C bis F langsam an, ändert sich im Violett jedoch schneller. Die Farbenfolge eines Quarzkeiles weicht aber nicht merklich von derjenigen der Newton'schen Skala ab. Nur die Leuchtkraft der Farben ist beim Quarz wohl etwas größer.

Dividieren wir die mittlere Dispersion d. D. $\Delta F - \Delta C$ durch die Größe der Doppelbrechung für die D-Linie, also kurz

$$\frac{1}{N} = \frac{\Delta F - \Delta C}{\Delta D},$$

so erhalten wir einen Bruch, den wir die relative Dispersion d. D. nennen. Um übersichtliche Zahlen zu bekommen, wollen wir, wie es auch sonst Brauch ist, die relative Dispersion d. D. mit ihrem reziproken Werte anführen:

$$N = \frac{\Delta D}{\Delta F - \Delta C}.$$

Bei der Zusammenstellung der Resultate dieser Arbeit werden wir sehen, daß die Quotienten N sich sehr gut eignen zu einer Anordnung der Kristalle nach dem Grade ihrer Dispersion d. D. und deren Einfluß auf den Charakter der Interferenzfarben.

Die Differenzen $\Delta C - \Delta B$; $\Delta D - \Delta C$; $\Delta E - \Delta D$; $\Delta F - \Delta E$; $\Delta G - \Delta F$; $\Delta Hg - \Delta G$ bezeichnen wir als partielle Dispersionen d. D. Sie werden uns Auskunft geben über den Anteil der einzelnen Spektralgebiete an der Gesamt-Dispersion d. D. Die partiellen Dispersionen d. D. werden natürlich bei verschiedener Gesamtdispersion zweier Kristalle nie alle gleiche Werte liefern können. Sollen aber z. B. Keile oder planparallele Platten aus zwei Kristallen zur gegenseitigen Kompensation im weißen Licht benutzt werden, so setzen wir voraus, daß, wenn bei ihnen für zwei Farben eine gleiche Gangunterschiedsdifferenz vorhanden ist, für die übrigen Farben nahe proportionaler Verlauf der Doppelbrechung stattfindet. Um dies bequem überblicken zu können, berechnen wir die Quotienten

$$\frac{\Delta C - \Delta B}{\Delta F - \Delta C}; \quad \frac{\Delta D - \Delta C}{\Delta F - \Delta C}; \quad \frac{\Delta E - \Delta D}{\Delta F - \Delta C}; \quad \frac{\Delta F - \Delta E}{\Delta F - \Delta C};$$
$$\frac{\Delta G - \Delta F}{\Delta F - \Delta C}; \quad \frac{\Delta Hg - \Delta G}{\Delta F - \Delta C};$$

d. h. wir setzen die mittlere Dispersion d. D. in allen Fällen gleich 1 und beziehen sämtliche partiellen Dispersionen d. D. hierauf. Ganz analog wie bei der mittleren Dispersion d. D. haben wir also jedesmal die Proportion

$$\frac{\Delta C - \Delta B}{\Delta F - \Delta C} = \frac{\text{reduzierte part. Dispers. d. D.}}{1}; \text{ usw.}$$

Im folgenden werden nun die Ergebnisse der Messungen mitgeteilt und erläutert werden.

Apatit.

Nach Messungen von Seebach[1] ist die Doppelbrechung des Apatits vom Katzenbuckel im Odenwald anscheinend ziemlich konstant. Die betreffenden Werte lauten nämlich:

Li	0,0042
Na	43
Tl	42

[1] M. Seebach, Verh. d. naturhist. med. Ver. Heidelberg. N. F. **11**. 460. 1912.

Da mir gutes, zu optischen Untersuchungen brauchbares Material von obigem Fundort in liebenswürdiger Weise von Herrn P. Ramdohr (Mineral. Inst. Göttingen) verschafft worden war, so hatte ich Gelegenheit festzustellen, ob vielleicht diese Konstanz noch weiter ging.

Zur Anfertigung der optischen Präparate wurde hier beim Apatit, wie auch bei allen außerdem noch untersuchten Substanzen, immer nur ein solcher Kristall genommen, der nach der Untersuchung zwischen gekreuzten Nicols im parallelen polarisierten Licht und Prüfung des Achsenbildes sich als optisch homogen erwies. Prismen wie planparallele Platten wurden, mit wenigen Ausnahmen, vom Verfasser mit Hilfe des Wülfing'schen Schleifdreifußes, unter genauer Kontrolle der Orientierung mit einem Reflexgoniometer, geschliffen und poliert.

Bei dem Apatit, der eine leicht grünliche Färbung zeigte, wurden zu Prismenflächen zwei Flächen der hexagonalen Säule $(10\bar{1}0)$ nachgeschliffen und nachpoliert, die miteinander einen Winkel von 60° bilden. Außerdem wurde die der einen von diesen parallele Säulenfläche nachgeschliffen und poliert. Es waren also an demselben Kristall das Prisma für die Messung der Brechungsexponenten und die planparallele Platte für die Feststellung der Dispersion der Doppelbrechung nach der Streifenmethode vereinigt. Auf diese Weise sind die Schwankungen der Konstanten, welche durch kleine Verschiedenheiten der Substanz verursacht werden können, nach Möglichkeit ausgeschlossen. Die Orientierung der Flächen des Prismas und der planparallelen Platte ist, soweit nötig, mit einer Genauigkeit von ca. 2′ eingehalten worden.

Der Prismenwinkel ergab sich zu 59° 45′ 9″. Die gemessenen Brechungsexponenten und die daraus folgende Doppelbrechung $(\varepsilon - \omega)_1$ sind in Tabelle 2 aufgeführt. Als Kurven dargestellt finden sich die Exponenten überdies in Fig. 4.

Die Dicke der planparallelen Platte betrug an der benutzten Stelle 2,574 mm mit einem Fehler von ca. 0,001 mm. Die Interferenzstreifen der Platte und die aus ihnen berechnete Doppelbrechung mit den zugehörigen ganzen Zahlen n kann man aus Tabelle 3 ersehen. Die aus der Streifenmethode resultierenden Werte sind überall mit dem Index 2 versehen, in Tabelle 3 also $(\varepsilon - \omega)_2$. Die Doppelbrechungen, die als Differenz zweier Brechungs-

Tabelle 2. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Apatits vom Katzenbuckel.**

Mittlere Temperatur $t = 21{,}7^\circ$ C.

Mittlere Schwankung der Temperatur $\Delta t = 1{,}5^\circ$ C.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$\varepsilon - \omega)_2$
690,7	Hg	1,63449	1,63013	0,00436	0,00435
623,9	„	1,63693	1,63264	429	439
578,0	„	1,63922	1,63479	443	445
546,1	„	1,64113	1,63662	451	448
491,6	„	1,64522	1,64064	458	457
435,9	„	1,65116	1,64652	464	469
404,7	„	1,65574	1,65094	480	479

Tabelle 3. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Apatits vom Katzenbuckel.**

Plattendicke $d = 2{,}574$ mm.

Temperatur $t = 20^\circ$ C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$
15	735,0	0,004283
16	698,1	4339
17	661,6	4370
18	628,4	4394
19	599,8	4427
20	574,0	4460
21	548,8	4477
22	527,5	4509
23	508,0	4539
24	490,2	4571
25	473,7	4601
26	458,8	4634
27	445,0	4668
28	432,2	4702
29	420,7	4740
30	409,5	4773

Tabelle 4. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Apatit.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Rot	0,000005
Orange	0,000003
Grün-Blau	0,000002
Violett	0,000001

indizes gewonnen sind, haben immer den Index 1, wie $(\varepsilon - \omega)_1$ in Tabelle 2. Ebenso wie beim Quarz sind aus den $(\varepsilon - \omega)_2$ der Tabelle 3 die $(\varepsilon - \omega)_2$ der letzten Kolumne in Tabelle 2 graphisch interpoliert worden. Die Übereinstimmung zwischen den $(\varepsilon - \omega)_1$ und den $(\varepsilon - \omega)_2$ ist eine recht gute. Abgesehen von den Werten bei $\lambda = 623{,}9\ \mu\mu$, zeigen sich Abweichungen erst in der 5. Dezimale. Die relativen Fehler der $(\varepsilon - \omega)_2$ sind aber erheblich kleiner, wie Tabelle 4 zeigt, in welcher die $\Delta\,(\varepsilon - \omega)_2$ angegeben sind. Deshalb ist $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 3 bis auf 6 Dezimalen mitgeteilt. Die eine größere Differenz bei $\lambda = 623{,}9\ \mu\mu$ ist nun ohne Zweifel durch Meßfehler hervorgerufen, die den Brechungsexponenten anhaften, da der fragliche Wert von dem Verlauf der Doppelbrechung abweicht, die im übrigen mit abnehmender Wellenlänge zunimmt. Die Ursache für die Differenz dürfte darin zu suchen sein, daß die betreffende Quecksilberlinie, bei genügender Breite des Austrittsspaltes vom Monochromator, nicht homogen genug ist, weil ihr einige anderen, relativ hellen orangen Linien sehr nahe liegen. Hat dann die Prismensubstanz eine geringe Farbendispersion, wie es ja auch beim Apatit der Fall ist, so werden die Ränder des Kollimatorspaltes am Spektrometer nicht ordentlich scharf. Die Folge ist eine verstärkte Ungenauigkeit in der Einstellung auf das Minimum der Ablenkung. So erklärt es sich, daß gerade die Brechungsexponenten für die Wellenlänge 623,9 $\mu\mu$ auch bei den weiter untersuchten Kristallen mit Fehlern behaftet sind, die über die normale Grenze mitunter etwas hinausgehen. Die Brechungsquotienten des Apatits dürften sonst wohl einen Fehler von 5 Einheiten ca. der 5. Dezimale aufweisen.

Die Gangunterschiede der benutzten Apatitplatte, wie sie sich nach der Streifenmethode ergeben, findet man in Fig. 3 in der dort näher bezeichneten Kurve aufgetragen. Ihr Verlauf ist wieder ein ganz stetiger, obwohl die einzelnen benachbarten Punkte (16) unter sich, wie beim Quarz, durch gerade Linien verbunden sind. Dieselben Gangunterschiede, errechnet aus den $(\varepsilon - \omega)_1$, sind markiert durch die kleinen eingezeichneten Kreise. Denkt man sich diese auch wieder durch eine Kurve verbunden, so schließt sich die letztere der ersten ganz gut an, natürlich ebenfalls mit einer größeren Abweichung in dem schon erwähnten Punkte.

Eis.

Messungen der Brechungsexponenten des Eises sind bisher angestellt worden von Reusch[1], Meyer[2] und Pulfrich[3]. Die Exponenten von Reusch und Pulfrich stimmen ziemlich gut überein, soweit man dies nach den ungenauen Angaben rot, grün, violett von Reusch an Stelle der Wellenlängen beurteilen kann. Pulfrich führte seine Messungen aus an einem orientierten Eiszylinder mit dem von ihm konstruierten Totalreflektometer bei streifend einfallendem Licht, während Reusch die Methode des Minimums der Ablenkung anwandte und ein orientiertes Eisprisma von 60° benutzte, dessen Flächen mit angefrorenen Glasplatten bedeckt waren. Die Werte Meyer's, welche er selbst nur als erste Annäherungen angesehen wissen will, vereinigen sich schlecht mit den Resultaten der beiden anderen Forscher. Besonders auffällig ist es, daß die Zahlen für die Doppelbrechung nach Meyer ca. 6mal so groß sind wie bei Reusch und Pulfrich. Meyer ermittelte die Exponenten mit Hilfe des Kohlrausch'schen Totalreflektometers, das er mit Schwefelkohlenstoff füllte. Wenn auch die Messungen mit diesem Apparat nicht die Genauigkeit erreichen können wie mit dem Pulfrich'schen Totalreflektometer oder gar mit einem guten Reflexgoniometer, so können doch die Abweichungen der Meyer'schen Werte nicht allein darin ihren Grund haben. Orientierungsmangel seiner Eisplatte kann auch nicht zur Erklärung dienen, da bei falscher Orientierung höchstens eine kleinere Doppelbrechung herauskommen könnte wie bei den beiden anderen Autoren. Das von ihm benutzte Eis war vielleicht im Zustande einer regelmäßigen Spannung, durch welche die Doppelbrechung vergrößert war.

Die Brechungsexponenten des Eises nach Pulfrich sind in Tabelle 5 wiedergegeben. Wie hieraus ersichtlich, nimmt die Doppelbrechung bald zu bald ab, und zwar schon in der 4. Dezimale. Wenn dieser Verlauf zutreffend ist, müßte er sich durch die Streifenmethode bestätigt finden. Da aber nach dieser Methode ein ganz regelmäßiger Gang der Doppelbrechung herauskommt, so müssen in den Pulfrich'schen Exponenten noch meßbare Fehler

[1] Reusch, Pogg. Ann. **121**. 573. 1864.
[2] G. Meyer, Wiedem. Ann. d. Phys. u. Chem. **31**. 321—322. 1887.
[3] C. Pulfrich, Wiedem. Ann. **34**. 326. ff. 1888.

stecken. Deshalb wurden die Brechungsexponenten des Eises vom Verfasser neu bestimmt.

Das zu den Messungen erforderliche optisch homogene Eis wurde gewonnen nach einem Verfahren, wie es von O. Mügge bei seinen Versuchen über die Translationsfähigkeit des Eises ausprobiert worden war. Gewöhnliches Leitungswasser wurde in einem größeren Holzbottich der Winterkälte ausgesetzt. Um das Gefrieren langsam von der Wasseroberfläche zustande kommen zu lassen, wurde der Bottich bis fast an seinen oberen Rand in den Erdboden eingesenkt. Ein Deckel von Pappe schützte das Wasser vor Staub und unerwünschten Keimen von Schnee, die ein regelloses Kristallisieren verursacht haben würden. Es gelang so, an der Oberfläche des Wassers eine äußerst klare und homogene Eisschicht, in einer Dicke von mehreren Zentimetern, zu bekommen. Durch Prüfung unter dem Konoskop konnte man sich überzeugen, daß die optische Achse senkrecht zur Oberfläche des zu Eis gefrorenen Wassers stand. Namentlich die Stücke aus der Mitte des Bottichs zeigten dies recht genau. Nach dem Rande zu pflegten Abweichungen hiervon einzutreten. Aus einer gut homogenen Eisplatte wurde nun ein Prisma hergestellt, dessen brechende Kante parallel zur optischen Achse lief. Die Orientierung wurde mit dem Konoskop kontrolliert. Der Prismenwinkel wurde zu etwa 80° gewählt, nämlich so groß, wie es wegen der Totalreflexion der Strahlen beim Wiederaustritt aus dem Prisma noch gut zulässig ist. Dadurch ist zunächst, trotz der schwachen Doppelbrechung des Eises, eine relativ weite Trennung des ordentlichen und außerordentlichen Spaltbildes herbeigeführt worden. Außerdem werden die nach der Prismenmethode ermittelten Brechungsquotienten um so genauer, je größer der Prismenwinkel ist. Wegen der starken Verdunstung des Eises an der Luft war es unumgänglich nötig, die Prismenflächen durch Anfrierenlassen planparalleler Glasplatten vor Veränderung zu schützen. Nur so gelang es, den brechenden Winkel konstant zu halten.

Die erste Messung der Brechungsquotienten konnte leider nicht mit einer ausreichenden Anzahl von Einzelablesungen durchgeführt werden, da die alsbald einsetzende wärmere Witterung die Fortsetzung vereitelte. So ist bei dieser Serie der Ablenkungswinkel nur für Na- und Li-Licht nach beiden Seiten von der geraden Durchsicht bestimmt worden, die Ablenkung der Hg-

Tabelle 5. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Eises, nach Pulfrich.**

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)$
686,7	B	1,30645	1,30775	0,00130
670,8	Li	1,30669	1,30802	133
656,3	H	1,30715	1,30861	146
589,3	Na	1,30911	1,31041	130
535,0	Tl	1,31098	1,31242	144
486,1	F	1,31335	1,31473	138

Tabelle 6. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Eises, nach der 1. Bestimmung.**

Temperaturen zwischen $-1°$ und $-4{,}5°$ C.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
690,7	Hg	1,30655	1,30794	0,00139	0,001465
670,8	Li	1,30693	1,30832	139	1467
623,9	Hg	1,30816	1,30955	139	1471
589,3	Na	1,30907	1,31052	145	1474
578,0	Hg	1,30950	1,31099	149	1475
546,1	„	1,31067	1,31210	143	1477
491,6	„	1,31291	1,31439	148	1486
435,9	„	1,31614	1,31767	153	1507
504,7	„	1,31855	1,32006	151	1524

Tabelle 7. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Eises, nach der 2. Bestimmung.**

t in ° C	λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
— 3,8	690,7	Hg	1,30684	1,30823	0,00139	0,001381
— 4,0	623,9	„	1,30826	1,30960	134	1395
— 3,0	578,0	„	1,30937	1,31078	141	1403
— 3,5	546,1	„	1,31047	1,31189	142	1410
— 3,8	491,6	„	1,31279	1,31424	145	1426
— 3,8	435,9	„	1,31604	1,31750	146	1453
— 4,2	404,7	„	1,31844	1,31994	150	1475

Linien dagegen nur nach einer Seite. Der Winkel des Eisprismas ergab sich zu $80^0\ 2'\ 48''$; er blieb während der Messungen genügend konstant. Sein Wert vor und nach der ganzen Meßreihe schwankte um 0,4′. Die abgelenkten Bilder des Spaltes waren tadellos scharf. Die Differenzen in der Einstellung auf das Minimum der Ablenkung beliefen sich daher nur auf wenige Zehntelminuten. Die Ergebnisse dieser ersten Bestimmung der Brechungsexponenten des Eises sind in Tabelle 6 zusammengestellt.

Um mittels der Streifenmethode die Doppelbrechung des Eises festzustellen, wurde eine Eisplatte, die parallel zur optischen Achse geschnitten war, zwischen zwei starke Spiegelglasplatten anfrieren lassen. Ein konstanter Abstand dieser Platten voneinander war gesichert durch zwei an den Enden zwischen sie eingeklemmte schmale Glasklötzchen von gleicher Dicke. Dieser so fixierte Zwischenraum lieferte in bequemer und sicherer Weise die Dicke der Eisplatte, die sich direkt natürlich nicht genügend genau messen ließ. Bei der Spektralanalyse ihrer Interferenzfarben gab nun die in vorstehender Weise präparierte Eisplatte ohne weiteres tadellose Interferenzstreifen. Um die Ausmessung der Wellenlängen später im warmen Zimmer in Ruhe vornehmen zu können, wurde das ganze Spektrum zusammen mit der in λ geeichten Skala auf einer panchromatischen Trockenplatte photographiert. Diese Photographie ist in Fig. 6, p. 404 reproduziert. Die Schärfe der Streifen ist hierauf gut zu erkennen.

Die Dicke der Eisplatte betrug 8,19 mm mit einem möglichen Fehler von 0,04 mm ca. Das erste n ist berechnet zu 20,2 aus $(\varepsilon - \omega)_1 = 0{,}00145$ für $\lambda = 589{,}3\ \mu\mu$. Für das n des Streifens 603,1 $\mu\mu$, welches kleiner sein mußte, ist $n = 20$ gesetzt worden. Hiernach sind die ersten $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 8 (1. Bestimmung) erhalten worden. Aus diesen Werten entnimmt man sofort, daß die Doppelbrechung des Eises zwar langsam, aber andauernd mit abnehmender Wellenlänge größer wird. Die aus den letztgenannten Zahlen graphisch interpolierten $(\varepsilon - \omega)_2$ der Tabelle 6 weichen von den danebenstehenden $(\varepsilon - \omega)_1$ im Maximum 8 Einheiten der 5. Dezimale ab. Die $(\varepsilon - \omega)_1$ zeigen aber auch noch ein Hin- und Herschwanken, freilich in geringerem Maße wie die Doppelbrechung nach Pulfrich (Tabelle 5).

Weil nun die Messung der Brechungsexponenten beim ersten Male nicht in zufriedenstellender Weise ausgeführt werden konnte,

Tabelle 8. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Eises.**
Plattendicke d = 8,19 mm.
Temperatur t = — 2 bis — 3° C.

n und $(\varepsilon - \omega)_2$ nach der 1. Bestimmung von $(\varepsilon - \omega)_1$ i. Tab. 6.			n und $(\varepsilon - \omega)_2$ nach der 2. Bestimmung von $(\varepsilon - \omega)_1$ i. Tab. 7.	
n	λ in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$	n	$(\varepsilon - \omega)_2$
18	667,7	0,001467	17	0,001386
19	633,6	1470	18	1393
20	603,1	1473	19	1399
21	575,1	1475	20	1404
22	549,5	1476	21	1409
23	527,0	1480	22	1416
24	505,8	1482	23	1420
25	487,2	1487	24	1428
26	470,0	1492	25	1435
27	454,3	1498	26	1442
28	439,9	1504	27	1450
29	426,8	1513	28	1459
30	414,4	1518	29	1467
31	403,0	1525	30	1476

Tabelle 9. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Eis.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Rot	0,000002
Orange	0,000001
Grün-Blau	0,0000006
Violett	0,0000004

wurde dieselbe im folgenden Winter wiederholt. Hierbei wurde durch passendes Öffnen und Schließen der Fenster die Temperatur des Beobachtungsraumes so reguliert, daß ihre Höchstschwankung nur 1,2° C ausmachte. Jeder Wert in Tabelle 7 ist als Mittel aus acht Einzelablesungen erhalten, die unter sich auf ca. 0,2′ übereinstimmen. Die Einstellungen auf das Minimum der Ablenkung sind immer nach beiden Seiten von der geraden Durchsicht erfolgt. Der Prismenwinkel war diesmal gleich 81° 39′ 18″. Er differierte vor und nach den Messungen um 0,2′. Da die Glasplatten, welche zum Schutz der Prismenflächen bei den früheren Messungen benutzt worden waren, eine geringe Ablenkung von etwa 0,2′ hervorriefen, so wurden sie bei dem neuen Prisma durch bessere ersetzt. Diese ließen auch in starker Schrägstellung gegen

das einfallende Lichtbündel nicht die geringste Ablenkung des Spaltbildes bei dem benutzten Spektrometer erkennen. Die Abweichungen der neuen Brechungsexponenten in Tabelle 7 von den früheren beträgt meist 1 bis 2, wenige Male 3 Einheiten in der 4. Dezimale. Zum Teil können diese Differenzen auf Wirkung der Ablenkung des Spaltsignals durch die zuerst benutzten, nicht genau planparallelen Glasplatten beruhen; z. T. werden es aber auch die Folgen von Temperaturschwankungen sein, da ja die Abweichungen nicht alle im selben Sinne stattfinden. Wir werden dies letzte weiter unten näher begründen.

Nach den neuen $(\varepsilon - \omega)_1$ sind die $(\varepsilon - \omega)_2$ mit Hilfe derselben Interferenzstreifen wie früher noch einmal berechnet worden. Für die zu $\lambda = 578{,}0\ \mu\mu$ gehörende Doppelbrechung $(\varepsilon - \omega)_1 = 0{,}00141$ bekommt man jetzt $n = 20{,}01$. Demzufolge ist das n des Streifens $\lambda = 575{,}1\ \mu\mu$ gleich 20 gesetzt worden. Die ganzen Zahlen n haben sich also gegen früher alle um 1 verschoben. Deshalb sind auch die absoluten Werte der neuen $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 8 (nach der 2. Bestimmung) um 5 bis 8 Einheiten der 5. Dezimale kleiner wie die ersten. Der Verlauf ist aber praktisch derselbe geblieben. Die relativen Fehler darin enthält Tabelle 9. Die Abweichungen der ebenfalls neu interpolierten $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 7 von den $(\varepsilon - \omega)_1$ ebendort sind bedeutend geringer geworden wie in Tabelle 6. Sie erreichen jetzt kaum 2 Einheiten der 5. Dezimale, ausgenommen bei $623.9\ \mu\mu$. Über diese Quecksilberlinie ist schon beim Apatit Näheres gesagt worden; dasselbe findet auch hier Anwendung.

Für die untersuchte Eisplatte, von der Dicke $d = 8{,}19$ mm, sind in Fig. 2 die Kurven der Gangunterschiede sowohl nach der ersten als auch nach der zweiten Messung dargestellt. Beide zeigen einen gut stetigen Verlauf, bei geradliniger Verbindung der 14 einzelnen Punkte untereinander. Die Gangunterschiede, welche die als Differenzen zweier Brechungsquotienten gewonnenen Doppelbrechungen für dieselbe Platte liefern, sind gleichfalls eingetragen (siehe die näheren Angaben unter der Figur). Die Punkte nach Pulfrich weichen am meisten von jeder der beiden ausgezogenen Kurven ab. Am besten fallen die Punkte nach Messung 2 mit der betreffenden Γ-Kurve zusammen (Ausnahme $623{,}9\ \mu\mu$).

In Fig. 5 findet man auch die Kurven der Brechungsexponenten des Eises wiedergegeben. Mit dem Kurvenlineal verbunden sind

die Punkte nach der zweiten Messung. Daneben sind noch die Punkte nach der ersten Messung und nach PULFRICH eingezeichnet (siehe Anmerkung in der Figur).

Brechungsexponenten des Eises bei tieferen Temperaturen.

Im Anschluß an die zweite Bestimmung der Brechungsexponenten des Eises wurden dieselben auch noch bei tieferen Temperaturen gemessen. Hierzu wurde ein Eisprisma in einen Kühlofen gebracht, der eigens für Messungen von Brechungsindizes bei tiefen Temperaturen konstruiert war[1]. Er wurde im hiesigen Institut gebaut. Die Resultate der Messungen sollen hier mitangeführt werden, weil durch sie eine plausible Erklärung gegeben wird für das Schwanken der Doppelbrechung bei PULFRICH und bei den Zahlen $(\varepsilon - \omega)_1$ in Tabelle 6.

Es wurden zunächst zwei Meßreihen bei -65^0 C ausgeführt für die wichtigsten Quecksilberlinien. Als Kühlmittel diente ein Brei aus festem Kohlendioxyd und Alkohol. Für die gelbe Quecksilberlinie konnten außerdem noch zwei weitere Werte bei tieferen Temperaturen erhalten werden. Das Sinken der Temperatur wurde durch einen Zusatz von flüssiger Luft zu dem vorhin genannten Brei erzielt. Die Fortsetzung der Messungen wurde hier wie schon früher durch Eintreten wärmeren Wetters vereitelt. Die Temperaturen sind mit einem Thermoelement aus Kupfer-Konstantan bestimmt worden, unter Korrektur der Fehler, die durch geringere Eintauchtiefe und Wärmeableitung entstanden sind. Die Korrekturen konnten aber nur bei -65^0 C festgestellt werden, da später wegen des Kriegszustandes flüssige Luft, in Göttingen wenigstens, nicht zu bekommen war.

Ein Vergleich der in den Tabellen 10 und 11 niedergelegten Resultate für -65^0 C mit den Zahlen der Tabellen 5, 6 oder 7 läßt erkennen, daß die Brechungsexponenten des Eises mit sinkender Temperatur steigen. Das gleichmäßige und ununterbrochene Wandern der abgelenkten Spaltbilder während der Abkühlung (auch nachher weiter bis zu den tieferen Temperaturen) zeigte an, daß die Zunahme der Ablenkungswinkel ganz stetig vor sich ging. Die Exponenten beider Meßserien (Tabelle 10 und 11) stimmen

[1] Nähere Angaben über die Konstruktion des Kühlofens sollen gemacht werden, sobald dem Verf. weitere Messungen bei der Temperatur der flüssigen Luft möglich sein werden.

Tabelle 10. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Eises bei einer Temperatur von — 65° C.**

1. Bestimmung.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)$
623,9	Hg	1,31011	1,31166	0,00155
578,0	„	1,31162	1,31311	149
546,1	„	1,31271	1,31416	145
491,6	„	1,31502	1,31647	145
435,9	„	1,31822	1,31973	151
404,7	„	1,32060	1,32215	155

Tabelle 11. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Eises bei einer Temperatur von — 65° C.**

2. Bestimmung.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)$
623,9	Hg	1,31020	1,31165	0,00145
578,0	„	1,31154	1,31294	140
546,1	„	1,31262	1,31412	150
491,6	„	1,31491	1,31646	155
435,9	„	1,31811	1,31967	156
404,7	„	1,32060	1,32226	162

Tabelle 12. **Änderung des Brechungsexponenten von Eis für die Wellenlänge 578 $\mu\mu$ (Hg) mit sinkender Temperatur.**

Temperatur in ° C.	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)$
— 3,8	1,3094	1,3108	0,0014
— 65	1,3116	1,3130	14
— 110[1]	1,3129	1,3142	13
— 120[1]	1,3131	1,3145	14

im Mittel bis auf ca. 1 Einheit der 4. Dezimale überein; nur einmal ist die Abweichung größer, nämlich 1,7 Einheiten der 4. Dezimale bei ε von 578 $\mu\mu$. Aus den Mittelwerten beider Tabellen

[1] Unkorrigiert.

sind die in Fig. 5 gezeichneten Kurven der Brechungsquotienten des Eises bei -65^0 C konstruiert worden. Man sieht, daß die Kurven bei $-3{,}6^0$ C denen bei -65^0 C ziemlich genau parallel laufen. Die gestrichelten Kurvenstücke sind extrapoliert; sie dürften kaum mehr wie einige Einheiten der 4. Dezimale fehlgehen.

Für die gelbe Quecksilberlinie sind die bei vier verschiedenen Temperaturen unter 0^0 C erhaltenen Exponenten in Tabelle 12 zusammengestellt. Die Temperaturen, welche mit -110 und -120^0 C angegeben sind, blieben aus dem oben genannten Grunde unkorrigiert. Die wirklichen Temperaturen lagen sicher tiefer, da das Thermoelement infolge von geringerer Eintauchtiefe und Wärmeableitung die Temperaturen zu hoch angab. In den auf Fig. 5 oben rechts gezeichneten Kurven, die den Verlauf der Brechungsexponenten des Eises für die Wellenlänge 578 $\mu\mu$ mit sinkender Temperatur wiedergeben, ist als wahrscheinliche Temperatur statt -120^0 die Mitteltemperatur aus -190^0 C, der ungefähren Temperatur der flüssigen Luft, und -120^0 C eingesetzt. Nach diesen Kurven nehmen die Brechungsindizes des Eises mit fallender Temperatur allmählich langsamer zu. Die Doppelbrechung bleibt dabei bis in die 4. Dezimale nahezu konstant.

Nimmt man nun an, daß für das Intervall von $-3{,}6^0$ bis -65^0 C die Zunahme der Exponenten annähernd linear erfolgt, was für diese verhältnismäßig kurze Strecke gewiß nicht weit fehlgeht, so ergeben sich als Temperaturkoeffizienten der Brechungsquotienten des Eises

$$\text{Für } \omega: \Delta n_{t=1^0\,C} = 0{,}0000359$$
$$\text{„ } \varepsilon: \Delta n_{t=1^0\,C} = 0{,}0000366.$$

Diese Koeffizienten sind so hoch, daß schon durch Temperaturschwankungen merkliche Meßfehler entstehen können. Bei einer Schwankung um 3^0 C, die bei geöffneten Fenstern natürlich leicht auftreten kann, würde die Änderung der Exponenten für die gelbe Quecksilberlinie schon um einiges mehr wie 1 Einheit der 4. Dezimale betragen. Deswegen ist die gute Konstanz der Temperatur in Tabelle 7 sicherlich wesentlich für die gute relative Genauigkeit der dortigen Zahlen. Pulfrich macht keine näheren Temperaturangaben. Es wäre nach Vorstehendem immerhin möglich, daß die Schwankungen in dem Verlauf der Doppelbrechung nach diesem

Verfasser sich durch entsprechende Änderungen der Temperaturen erklären ließen. Auf dieselbe Ursache werden auch die Unregelmäßigkeiten in den Differenzen zwischen den Exponenten der Tabellen 6 und 7 zurückzuführen sein, wie schon oben angedeutet wurde.

Brucit.

Für Brucit liegen neuere Messungen der Brechungsexponenten vor von WESTPHAL[1]. Da das mir zur Verfügung stehende Material von demselben Fundort stammte, wie dasjenige WESTPHAL's, nämlich von Wood Mine, Lancaster Co., Pennsylvanien, so habe ich auf die Bestimmung der Exponenten verzichtet und nur die Doppelbrechung gemessen. Zur Herstellung der planparallelen Platte wurde ein Brucitstück verwandt, das möglichst frei von optischen Spannungen war. Es zeigte ein gutes Achsenbild, welches kaum eine Spur von der meistens beim Brucit vorhandenen anormalen Zweiachsigkeit aufwies. Die geringe Härte und die ausgezeichnete Spaltbarkeit des Materials erschwerten die Anfertigung des Präparates, zumal da die Schlifffläche auf jeden Fall senkrecht zur Spaltrichtung geführt werden mußten. Mit einiger Geduld und Vorsicht gelang es jedoch, eine Platte parallel zur optischen Achse mit tadellos polierter Oberfläche zu erhalten.

Die Dicke der Platte wurde gefunden zu $d = 2{,}790$ mm, mit einem Fehler kleiner wie 0,006 mm. Die Wellenlängen der Interferenzstreifen und die daraus berechneten Werte $(\varepsilon - \omega)_2$ sind aus Tabelle 14 zu ersehen, die zugehörigen relativen Fehler aus Tabelle 15. Die Brechungsexponenten und die Doppelbrechung

Tabelle 13. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Brucits von Lancaster.**

Kolumne 1 bis 4 nach WESTPHAL.

λ in $\mu\mu$	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
706,5	1,5617	1,5815	0,0198	0,0202
587,6	1,5662	1,5853	191	190
501,6	1,5730	1,5902	172	175
471,3	1,5764	1,5927	163	167
447,1	1,5794	1,5949	155	158

[1] O. WESTPHAL, Beitrag zur Kenntnis des Brucits und Metabrucits. Inaugural-Dissertation. Leipzig 1913.

Tabelle 14. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Brucits von Lancaster.**

Plattendicke d = 2,970 mm.
Temperatur t = 18° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$
85	706,4	0,02026
86	695,9	2015
87	685,0	2007
88	673,9	1997
89	663,0	1982
90	651,8	1975
91	641,1	1964
92	630,8	1954
93	620,3	1942
94	610,0	1931
95	599,4	1917
96	588,9	1904
97	578,4	1889
98	567,4	1872
99	556,0	1853
100	545,1	1835
101	533,4	1814
102	521,0	1789
103	508,9	1765
104	494,9	1733
105	477,0	1686
106	440,8	1573
107	417,1	1503
108	405,9	1476

Tabelle 15. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Brucit.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Rot	0,000029
Orange	0,000016
Grün-Blau	0,000007
Violett	0,000004

nach Westphal sind in Tabelle 13, Kolumne 1 bis 4, wiedergegeben. Die wie früher graphisch interpolierten $(\varepsilon - \omega)_2$ in der zuletzt genannten Tabelle schließen sich den dortigen $(\varepsilon - \omega)_1$ dem Verlaufe nach gut an. Die absoluten Werte weichen um maximal 4 Einheiten der 4. Dezimale voneinander ab. Diese Differenzen sind wohl auf Konto der Verschiedenheiten des Materials zu setzen.

Für eine 1 mm dicke Brucitplatte ist in Fig. 3 die I-Kurve gezeichnet. Die durch kleine Kreise markierten Punkte entsprechen den Gangunterschieden für die gleiche Plattendicke nach Westphal. Sie befolgen im großen und ganzen den Lauf der Kurve.

Im Gegensatz zu den bisher besprochenen Mineralien nimmt die Doppelbrechung des Brucits mit der Wellenlänge ab. Die Dispersion der Doppelbrechung ist dabei eine recht starke. Wir werden später sehen, daß die beiden letzten Ursachen zusammen die bedeutende Anormalität der Interferenzfarben des Brucits hervorrufen. Wegen der ziemlich starken Doppelbrechung des Minerals kann man seine Interferenzfarben selbst an dünnen Lamellen nicht gut beobachten. Ganz bequem geht dies aber bei Betrachtung des Achsenbildes, welches eine leicht herzurichtende Spaltplatte parallel (0001), von 2 bis 3 mm Dicke, liefert.

Apophyllit.

Der Apophyllit ist für exakte optische Messungen ein wenig erfreuliches Material. Erst nach längerem Suchen wurde ein Kristall gefunden, der sich für die vorliegenden Untersuchungen als geeignet erwies. Sein Fundort ist Golden in Colorado. Aus diesem Kristall wurde ein Prisma angefertigt, dessen Kante senkrecht zur optischen Achse läuft, und zwar so, daß diese den Prismenwinkel halbiert. Den Flächen des Prismas unmittelbar benachbart wurde an denselben Kristall auch die Platte parallel zur optischen Achse angeschliffen. Die Flächen dieser Platte sind mit denjenigen des Prismas in eine Zone gelegt worden. Dadurch ist erreicht, daß bei beiden anzustellenden Untersuchungen die Lichtstrahlen das Innere des Präparates genau in derselben Richtung und an fast derselben Stelle durchliefen. Es war also noch etwas besser wie beim Apatit dafür gesorgt, daß die Änderungen der Konstanten durch Inhomogenitäten der Substanz ausgeschaltet wurden.

Der Prismenwinkel ist gleich $68^0\ 45'\ 34''$. Die nach beiden Methoden erhaltenen Zahlen für die Doppelbrechung stimmen recht befriedigend überein, wie Tabelle 16 erkennen läßt. Die Interferenzstreifen und die zugehörige Doppelbrechung sind aus Tabelle 17 zu entnehmen, die relativen Fehler aus Tabelle 18. Die Gangunterschiedskurve nach der Streifenmethode für die be-

Tabelle 16. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Apophyllits von Golden, Colorado.**

t in C	λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
18,0	690,7	Hg	1,53108	1,53257	0,00149	0,00147
17,8	623,9	„	1,53294	1,53418	124	124
18,2	589,3	Na	1,53437	1,53555	118	110
18,1	578,0	Hg	1,53491	1,53606	115	106
18,0	546,1	„	1,53665	1,53763	098	092
18,0	513,2	„	1,53876	1,53964	088	076
18,0	491,6	„	1,54032	1,54101	069	065
17,5	435,7	„	1,54559	1,54591	032	030
17,5	404,7	„	1,54959	1,54962	003	002

Tabelle 17. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Apophyllits von Golden, Colorado.**

Plattendicke d = 3,55 mm.
Temperatur t = 19° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$
7	617,0	0,001217
6	546,0	0923
5	502,0	0707
4	471,3	0531
3	448,0	0379
2	430,2	0242
1	414,8	0117

Tabelle 18. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Apophyllit.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Orange	0,000001
Grün-Blau	0,0000002
Violett	0,00000006

nutzte Plattendicke von 3,55 mm wird durch den Verlauf derselben Werte nach der Prismenmethode (die kleinen Kreise) in Fig. 3 für ein Material wie das vorliegende ganz ausgezeichnet bestätigt. Der Apophyllit bietet uns ein weiteres Beispiel für den Fall, daß die Doppelbrechung mit der Wellenlänge abnimmt. Die Dispersion der Doppelbrechung ist dabei viel stärker wie beim Brucit. Die Differenz der Brechungsexponenten sinkt bis zum

äußersten Violett fast ganz auf Null herunter. Besonders anschaulich ist dies an den Kurven für die Brechungsexponenten in Fig. 4 zu sehen. Die Interferenzfarben sind noch bedeutend stärker anormal wie die des Brucits. Der Apophyllit wird sogar in den Lehrbüchern als Musterbeispiel eines Stoffes angeführt, der von den NEWTON'schen sehr stark abweichende Interferenzfarben besitzt. Bei manchen Apophylliten (von Poonah und Faröer z. B.) geht die Doppelbrechung mitten im sichtbaren Spektrum durch Null. Man hat auch den Apophylliten verschiedene Bezeichnungen gegeben je nach der besonderen Art der Färbung der Ringe im konvergenten polarisierten Licht. Näheres hierüber findet man in der Literatur[1].

Anatas.

Nach den Messungen von WÜLFING[2] zeigt der Anatas (vom Binnental) schon von Tl-Grün bis Li-Rot eine ziemlich bedeutende Dispersion der Doppelbrechung (siehe die in Tabelle 19 besonders kenntlich gemachten Zahlen). Da die Werte der Doppelbrechung des Anatases nach SCHRAUF[3] nur etwa halb so groß sind wie die von WÜLFING gemessenen, so scheinen erhebliche Unterschiede darin vorzukommen. Deshalb war es nötig, an dem gleichen Material die Brechungsexponenten zu messen, an dem auch die Doppelbrechung nach der Streifenmethode bestimmt werden sollte. Es war zuerst beabsichtigt, Prisma und planparallele Platte aus demselben Kristall zu schneiden. Dies stellte sich leider als unmöglich heraus, da die größeren Kristalle des mir zugänglichen Materials sich als mehr oder weniger optisch inhomogen erwiesen. Die kleinen, dicktafelig nach (001) ausgebildeten, aufgewachsenen Kristalle vom Binnental, die eine leicht gelblichbraune Färbung besitzen, wurden dagegen als einwandfrei befunden. Von diesen wurden zwei Kristalle, die dicht nebeneinander auf derselben Gesteinsstufe gesessen hatten, zur Anfertigung der optischen Präparate benutzt. Trotz der Kleinheit dieser Anatase gelang es,

---

[1] C. KLEIN, Über das Kristallsystem des Apophyllits etc. Sitzungsber. k. preuß. Akad. Wiss. Berlin. **18**. 217. 1892. Ferner: Ders., Dies. Jahrb. 1892. II. 165. — Ausführl. Literatur-Zusammenstellung ebenda. — TROLL, Zeitschr. f. Krist. **45**. 524. 1908.

[2] ROSENBUSCH-WÜLFING, Mikrosk. Physiographie etc. I, 2. 54. 1905.

[3] SCHRAUF, Sitzungsber. Akad. Wien. **42**. 112. 1860.

Tabelle 19. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Anatases vom Binnental.**

t in ° C	λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
22,3	692,5	K	2,5100	2,4451	0,0649	0,0647
*	670,8	Li	2,5183	2,4523	660	659
21,3	623,9	Hg	2,5407	2,4709	698	698
*	589,3	Na	2,5618	2,4886	732	733
21,0	579,05	Hg	2,5685	2,4943	742	745
21,0	576,95	„	2,5702	2,4957	745	747
21,4	546,1	„	2,5955	2,5169	786	787
*	535,0	Tl	2,6066	2,5262	804	805
20,1	491,6	Hg	2,6586	2,5691	895	897
21,8	435,9	„	2,7688	2,6576	1112	1114
20,6	404,7	„	2,8760	2,7395	1365	1367

* Nach Wülfing.

Tabelle 20. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Anatases vom Binnental.**

Plattendicke d = 0,700 mm.
Temperatur t = 18,5° C.

n	in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$
59	741,0	0,06246
65	659,2	6455
71	657,8	6672
77	629,8	6928
83	604,2	7164
89	582,3	7404
95	562,9	7639
101	545,7	7874
107	531,1	8118
113	517,9	8360
119	506,3	8607
125	495,7	8852
131	486,5	9105
137	478,0	9355
143	470,1	9604
149	463,1	9857
155	456,8	10115
161	450,7	10366
167	445,3	10624
173	440,3	10882
179	435,8	11144
185	431,5	11404
191	427,5	11665
197	423,7	11924
203	420,3	12189
209	417,0	12450
215	414,0	12716

Tabelle 21. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Anatas.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Rot	0,00008
Orange	0,00006
Grün-Blau	0,00004
Violett	0,00003

unter Anwendung der nötigen Vorsicht, eine planparallele Platte und ein Prisma mit ebenen und gut polierten Flächen zu erhalten. Jede Fläche der beiden Präparate hat eine Größe von knapp 1 qmm.

Der Prismenwinkel beträgt 35° 30′ 33″. Die abgelenkten Spaltbilder waren genügend hell, um das Fadenkreuz ohne künstliche Beleuchtung zu sehen; nur bei der violetten Quecksilberlinie 404,7 $\mu\mu$ mußte das Fadenkreuz besonders beleuchtet werden, da sich hier schon der Beginn der Absorption bemerklich macht. Die gefundenen Brechungsexponenten und die daraus folgende Doppelbrechung $(\varepsilon - \omega)_1$ sind zusammen mit den Wülfing'schen Werten in Tabelle 19 aufgeführt. Nach diesen Zahlen sind die beiden Kurven für ω und ε in Fig. 5 konstruiert worden. Die Exponenten nach Wülfing passen gut in den Zug der Kurven mit einer Abweichung, die etwa 1 Einheit der 4. Dezimale betragen mag, und die also durchaus in den Grenzen der Meßfehler bleibt. Auch die nicht eingezeichneten Brechungsindizes, welche Baumhauer[1] am Anatas vom Binnental für den ordentlichen Strahl gemessen hat, fallen ganz gut mit den betreffenden Kurvenpunkten zusammen. Neben den hohen Zahlen für die Exponenten ist vor allem die enorme Dispersion für die sichtbaren Farben bemerkenswert. Durch das benutzte Prisma wurden die beiden gelben Quecksilberlinien mit den Wellenlängen 579,05 und 576,95 $\mu\mu$ im Gesichtsfelde des Spektrometer-Fernrohres von ungefähr zwanzigfacher Vergrößerung ziemlich weit getrennt. Die Winkeldistanz dieser Linien betrug beim ordentlichen Strahl 5,8′ und beim außerordentlichen 4,8′. Unter günstigen Bedingungen erscheint auch die Natriumlinie doppelt mit einem Abstand von ca. 1,5′. Das besonders starke Ansteigen der Dispersionskurven des Anatases im Violett deutet auf Absorption im Ultraviolett hin. Nach Königsberger[2] liegt die Absorptionsstelle beim Anatas (wie

[1] H. Baumhauer, Zeitschr. f. Krist. **47**. 6. 1910.

[2] J. Königsberger, Zeitschr. f. Krist. **36**. 622. 1899.

auch beim Rutil und Brookit, die ähnlich starke Dispersion aufweisen) bei 380 $\mu\mu$.

Die planparallele Platte hat eine Dicke von 0,700 mm auf 0,001 mm genau. Von 741 bis 414 $\mu\mu$ liefert sie 160 scharfe Interferenzstreifen. Um von Temperaturschwankungen unabhängig zu sein, die sich während der Ausmessung dieser großen Anzahl von Streifen hätten geltend machen können, wurde das Spektrum auf einer panchromatischen Platte fixiert. Die von der photographischen Platte nicht wiedergegebenen Minima im äußersten Rot sind mittels Fernrohr direkt abgelesen. Zur Berechnung der Doppelbrechung wurden nur benutzt die Streifen 1, 7, 13, 19 usw. Ihre Wellenlängen mit den zugehörigen $(\varepsilon - \omega)_2$ sind auch in Tabelle 20 allein niedergelegt. Die Dispersion der Doppelbrechung ist, wie man sieht, erheblich. Die Doppelbrechung steigt von Rot bis Violett ziemlich genau auf den doppelten Betrag. Die Zunahme geht also umgekehrt wie die Wellenlängen. Die relativen Fehler $\Delta\,(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 21 sind um einiges größer wie bei den bisher betrachteten Substanzen. Dies ist, wie ja schon früher diskutiert wurde, eine Folge der starken Doppelbrechung des Anatases. Die interpolierten $(\varepsilon - \omega)_2$ in Tabelle 19 weichen von den $(\varepsilon - \omega)_1$ nur um wenige Einheiten der 4. Dezimale ab. In Fig. 3 ist die Gangunterschiedskurve einer 0,1 mm dicken Anatasplatte eingezeichnet. Die besonders markierten Punkte sind aus den Werten nach der Prismenmethode berechnet.

Cupribikaliumchlorid.

Die Brechungsexponenten des Cupribikaliumchlorids von der Formel $2\,KCl\,.\,CuCl_2\,.\,2\,H_2O$ sind von Grailich[1] bestimmt worden. Die aus ihnen folgende Doppelbrechung hat, wie die Tabelle 22 zeigt, einen unregelmäßigen, wenig wahrscheinlichen Verlauf. Um diesen nachzuprüfen, wurde die Doppelbrechung sowohl nach der Prismen- als auch nach der Streifenmethode gemessen. Das Doppelsalz kristallisiert leicht aus einer Lösung, die auf 10 g KCl 9 g $CuCl_2$ enthält. Die tetragonalen Kristalle sind blaugrün gefärbt und durchweg taflig nach einer Säulenfläche ausgebildet. Sie zeigen sich in gewöhnlicher Temperatur

[1] Grailich, Krist.-opt. Untersuchungen. Wien. Akad. Ber. 27 und Wien und Olmütz 1858. p. 86.

Tabelle 22. **Brechungsexponenten des Cupribikaliumchlorids nach** GRAILICH.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)$
686,7	B	1,6311	1,6070	0,0241
589,3	D	1,6365	1,6148	217
527,0	E	1,6468	1,6227	241
486,1	F	1,6549	1,6287	262
430,0	G	1,6642	1,6368	274

Tabelle 23. **Brechungsexponenten und Doppelbrechung des Cupribikaliumchlorids.**

Temperatur t = 19° C.
Maximale Schwankung der Temperatur Δt = 0,6° C.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	ω	ε	$(\varepsilon - \omega)_1$	$(\varepsilon - \omega)_2$
623,9	Hg	1,6438	1,6097	0,0341	0,0339
578,0	„	1,6485	1,6133	352	354
546,1	„	1,6530	1,6162	368	366
491,6	„	1,6636	1,6235	401	398
435,9	„	1,6807	1,6346	461	456
404,7	„	1,6957	1,6439	518	512

Tabelle 24. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Cupribikaliumchlorids.**

Plattendicke d = 0,625 mm.
Temperatur t = 19,3° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\varepsilon - \omega)_2$
30	679,6	0,03249
33	635,4	3355
36	600,7	3460
39	571,1	3564
42	545,0	3662
45	523,7	3771
48	505,3	3881
51	489,4	3994
54	475,7	4110
57	463,1	4224
60	452,1	4340
63	442,5	4460
66	434.1	4584
69	426,4	4708
72	419,4	4832

Tabelle 25. Relative Fehler von $(\varepsilon - \omega)_2$ bei Cupribikaliumchlorid.

	$\Delta(\varepsilon - \omega)_2$
Orange	0,000025
Grün-Blau	0,00002
Violett	0,00001

vollkommen beständig[1]. Bei näherer Untersuchung stellte sich heraus, daß die Mehrzahl der gewonnenen Kristalle in verschiedener Weise verzwillingt war. Bei einigen war die Zwillingsverwachsung schon kristallographisch zu erkennen; es waren Zwillinge nach (111). Die meisten anderen waren jedoch äußerlich anscheinend vollkommen einfach; erst optisch verriet sich ihr komplizierter Zwillingsbau. Die Gesetze, denen diese Verwachsungen gehorchen sollen, sind von Wyrouboff[2] näher beschrieben worden. Es wurden nun zwei größere Kristalle gefunden, die nach Befund der Auslöschung und des Achsenbildes wirklich einfach waren. Aus dem einen von diesen Kristallen wurde ein Prisma geschliffen, mit der brechenden Kante parallel zur optischen Achse und mit einem Winkel von 51° 59′ 22″. Die gefundenen Brechungsexponenten in Tabelle 23 weichen nun von denjenigen Grailich's ziemlich bedeutend ab. Da er von den optischen Zwillingen nichts erwähnt, so ist es möglich, daß vielleicht ihm ein solcher vorgelegen hat. Die Doppelbrechung $(\varepsilon - \omega)_1$ zeigt eine starke Dispersion mit regelmäßigem Gang, die fast an die des Anatases herankommt. Eine Bestätigung für diesen Verlauf geben die interpolierten $(\varepsilon - \omega)_2$, die auch bis auf 4 Einheiten der 4. Dezimale dieselben absoluten Werte haben wie die $(\varepsilon - \omega)_1$. Die Brechungsexponenten selbst steigen im Violett sehr stark an, wie die zugehörigen Kurven in Fig. 4 erkennen lassen. Hiernach kann man Absorption im Ultraviolett erwarten. Die, wie schon erwähnt, blaugrün gefärbten Kristalle absorbieren auch das rote Licht; die Quecksilberlinie 690,7 $\mu\mu$ wurde von dem Prisma vollständig verschluckt; die aus dem anderen Kristall angefertigte Platte parallel zur Hauptachse ließ von dem weißen Bogenlicht nur die Wellenlängen 410 bis 693 $\mu\mu$ durch.

Die Dicke der zuletzt erwähnten Platte wurde gemessen zu 0,625 mm mit einer Unsicherheit von 0,005 mm. Von den 45 Inter-

[1] W. Meyerhoffer, Zeitschr. f. phys. Chemie. **3**. 336—346. 1889.

[2] G. Wyrouboff, Bull. soc. franç. Min. **10**. 125—131. 1887.

ferenzstreifen, die im Spektralapparat zu sehen waren, wurden nur die 15 in Tabelle 24 angeführten zur Berechnung der Doppelbrechung verwertet. Entsprechend der im Vergleich zum Anatase schwächeren Doppelbrechung sind auch die relativen Fehler der $(\varepsilon - \omega)_2$ wieder kleiner geworden, wie aus Tabelle 25 hervorgeht. Die Gangunterschiedskurve einer 0,1 mm dicken Cupribikaliumchlorid-Platte in Fig. 2 veranschaulicht im Verein mit den besonders markierten, nach der Prismenmethode gewonnenen Punkten die zufriedenstellende Übereinstimmung der auf zweierlei Art und Weise bestimmten Dispersionen der Doppelbrechung.

Hambergit.

Messungen der Brechungsexponenten des rhombischen Hambergits [$Be_2(OH)BO_3$] liegen vor von Brögger[1] und Müller[2]. Die ersten beziehen sich auf das Mineral von Norwegen, die zweiten auf dasjenige von Madagaskar. Das norwegische Vorkommen zeigt für $(\gamma - \beta)$ vollkommene Konstanz bis in die 4. Stelle, für $(\beta - \alpha)$ und $(\gamma - \alpha)$ aber eine recht ansehnliche Dispersion der Doppelbrechung. Bei dem Material von Madagaskar ist diese dagegen in allen drei Hauptrichtungen nur gering. Der zu den vorliegenden Untersuchungen benutzte Kristall stammt von dem zuletzt genannten Fundort. Um von zufälligen Differenzen der optischen Konstanten infolge kleiner Abweichungen in der chemi-

Tabelle 26. **Brechungsexponenten des Hambergits von Madagaskar.** Temperaturen zwischen 20 und 21° C.

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	α	β	γ
759,4	A	1,5498	1,5832	1,6227
690,7	Hg	1,5514	1,5851	1,6250
623,9	„	1,5534	1,5873	1,6274
578,0	„	1,5551	1,5893	1,6296
546,1	„	1,5565	1,5909	1,6314
491,6	„	1,5596	1,5944	1,6353
435,9	„	1,5639	1,5994	1,6408
404,7	„	1,5672	1,6031	1,6449

[1] W. C. Brögger, Die Mineralien der Syenitpegmatitgänge der südnorwegischen Augit- und Nephelinsyenite. Zeitschr. f. Krist. **16**. Spez. Teil. p. 66. 1890.

[2] F. C. Müller, Zeitschr. f. Krist. **48**. 482. 1910.

Tabelle 27. **Doppelbrechung des Hambergits von Madagaskar.**

λ in $\mu\mu$	$(\beta - \alpha)_1$	$(\beta - \alpha)_2$	$(\gamma - \alpha)_1$	$(\gamma - \alpha)_2$
759,4	0,0334	0,0337	0,0729	0,0740
690,7	337	339	736	741
623,9	339	342	740	746
578,0	342	344	745	750
546,1	344	346	749	752
491,6	348	349	757	759
435,9	355	355	769	768
404,7	359	359	777	774

Tabelle 28. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Hambergits von Madagaskar für eine Platte // (001).**

Plattendicke d = 2,768 mm.
Temperatur t = 21° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\beta - \alpha)_2$
124	751,8	0,03368
130	719,0	3377
136	690,5	3393
142	663,8	3405
148	639,0	3417
154	615,6	3425
160	594,3	3435
166	574,7	3447
172	555,6	3452
178	538,3	3462
184	523,0	3477
190	507,8	3486
196	493,6	3495
202	480,6	3507
208	468,2	3518
214	456,9	3532
220	445,7	3542
226	435,2	3553
232	425,7	3568
238	416,3	3580
244	407,3	3590

schen Zusammensetzung der Mineralsubstanz unabhängig zu sein, wurden auch die Brechungsexponenten wieder gemessen. α und β wurden an zwei Prismen ermittelt. Das eine hat einen Winkel

Tabelle 29. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Hambergits von Madagaskar für eine Platte // (010).**

Plattendicke d = 0,313 mm.
Temperatur t = 18,8° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\gamma - \alpha)_2$
33	703,0	0,07412
34	682,7	7416
35	664,4	7425
36	647,3	7445
37	630,8	7457
38	615,2	7469
39	600,2	7479
40	586,3	7493
41	572,7	7502
42	559,9	7513
43	547,3	7519
44	535,6	7529
45	524,8	7545
46	514,3	7558
47	504,0	7568
48	494,6	7585
49	485,1	7594
50	476,2	7607
51	468,1	7627
52	459,6	7636
53	451,6	7647
54	444,0	7660
55	437,0	7679
56	430,3	7699
57	423,2	7707
58	417,0	7727
59	410,4	7736

Tabelle 30. Relative Fehler $\Delta(\beta - \alpha)_2$ und $(\gamma - \alpha)_2$ bei Hambergit.

	$\Delta(\beta - \alpha)_2$	$(\gamma - \alpha)_2$
Rot	0,00005	0,00010
Orange	0,00003	0,00008
Grün-Blau	0,000015	0,00003
Violett	0,000009	0,00002

von 49° 56′ 36″ und seine brechende Kante liegt in (010) parallel zur x-Achse. Die Kante des anderen Prismas, dessen Winkel gleich 49° 56′ 27″ ist, läuft in (100) parallel zur y-Achse. β und γ

wurden an einem dritten Prisma gefunden mit der brechenden Kante in (010) parallel der z-Achse. Sein Winkel beträgt 49° 53′ 40″. Die Abweichungen der an verschiedenen Prismen erhaltenen Exponenten untereinander belaufen sich durchweg auf 1 Einheit der 4. Dezimale. Die resultierenden Mittelwerte für α, β und γ sind in Tabelle 26 zusammengestellt und außerdem in Fig. 4 graphisch wiedergegeben. Die Unterschiede zwischen diesen und den Müller-schen Zahlen erreichen im Maximum 7 Einheiten der 4. Dezimale. Die Differenzen in den Werten für die Doppelbrechung sind mit 1 bis 2 Einheiten derselben Stelle wesentlich geringer.

Zur Bestimmung von $(\beta - \alpha)$ nach der Streifenmethode wurde eine Platte parallel (001) verwandt, die mit den Prismen zusammen an denselben Kristall angeschliffen war. Die Dicke der Platte ist mit einem möglichen Fehler von 0,002 mm gleich 2,768 mm. Von den 87 im Spektrum sichtbaren Streifen sind nur die in Tabelle 28 angegebenen zur Ausrechung der Doppelbrechung herangezogen worden. $(\gamma - \alpha)$ wurde an einer Spaltplatte parallel (010) ermittelt, deren Dicke sich innerhalb 0,002 mm genau zu 0,313 mm herausstellte. Die Ergebnisse siehe in Tabelle 29. Die interpolierten $(\beta - \alpha)_2$ und $(\gamma - \alpha)_2$ sind mit den $(\beta - \alpha)_1$ und $(\gamma - \alpha)_1$ in Tabelle 27 niedergelegt. Zwischen den $(\gamma - \alpha)_1$ und $(\gamma - \alpha)_2$ ist die Übereinstimmung etwas geringer wie zwischen den $(\beta - \alpha)_2$ und $(\beta - \alpha)_1$. Dementsprechend sind auch die relativen Fehler der $(\gamma - \alpha)_2$ im Vergleich zu denjenigen der $(\beta - \alpha)_2$ in Tabelle 30 um einen ziemlichen Betrag größer. Dies ist z. T. dem Umstand zuzuschreiben, daß die Doppelbrechung $(\gamma - \alpha)$ stärker ist wie $(\beta - \alpha)$; z. T. liegt es daran, daß die Platte parallel (010) wesentlich dünner ist wie die parallel (001). Wie immer sind auch beim Hambergit die Gangunterschiedskurven für bestimmte Plattendicken in Fig. 2 gezeichnet worden. Welche Dicken zugrunde gelegt worden sind, ist aus den den Kurven beigeschriebenen Daten zu ersehen. Die besonders angegebenen Punkte, welche die Ergebnisse der Prismenmethode darstellen, fallen beide Male nahe in den Zug der betreffenden Γ-Kurve.

Gips.

Am Gips wurde die Doppelbrechung nur nach der Streifenmethode, und zwar in zwei Richtungen, gemessen. Zur Ermittlung von $(\gamma - \alpha)$ diente eine ausgezeichnet klare und homogene Spalt-

platte parallel (010) mit einer Dicke von 1,247 mm (Fehler $\leqq 0{,}006$ mm). Das Material stammt von Caltanisetta in Sizilien. Die Doppelbrechungen, welche sich aus den Messungen der Brechungsexponenten des Gipses von v. Lang[1], Quincke[2], Dufet[3] und Mühlheims[4] ergeben, liefern leider nicht ein übereinstimmendes n für ein bestimmtes λ. Es wurde deshalb dasjenige n gewählt, welches sich wenigstens bei zwei Autoren als gleich ergab. Es wurde genommen $n = 20$ für die Wellenlänge 549,3 $\mu\mu$ nach v. Lang und Quincke. Die unmittelbar durch die Streifenmethode erzielten Ergebnisse enthält Tabelle 33. Die relativen Fehler sind aus Tabelle 35 zu entnehmen. Zum Vergleich ist in Tabelle 31 eine Zusammenstellung gemacht, welche die Werte für die Doppelbrechung $(\gamma - \alpha)$ nach den vier angeführten Autoren neben denen des Verfassers wiedergibt, die aus den Zahlen der Tabelle 33 graphisch interpoliert sind. Mit Ausnahme der $(\gamma - \alpha)$ v. Lang's zeigen alle übrigen denselben Verlauf. Die Schwankungen in dem Gang der Doppelbrechung bei v. Lang müssen demnach auf irgend einer Fehlerquelle beruhen. Die Gangunterschiede der benutzten Gipsplatte parallel (010) sind in Fig. 2 eingezeichnet worden. Hierzu haben nur die Werte des Verfassers Verwendung gefunden, um die Kurve nicht unübersichtlich werden zu lassen.

Für die Bestimmung von $(\beta - \alpha)$ wurde eine Gipsplatte senkrecht zur spitzen Bisektrix verwandt, die von Dr. Steeg und Reuter hergestellt war. Der Fundort des Gipses war nicht bekannt. Die Dicke der Platte ergab sich zu 3,551 mm (Fehler $\leqq 0{,}003$ mm). Nach Dufet und v. Lang wurde die ganze Zahl n für die Wellenlänge 576,3 $\mu\mu$ gleich 13 gesetzt. Die Interferenzstreifen mit der aus ihnen folgenden Doppelbrechung findet man in Tabelle 34, die zugehörigen relativen Fehler in Tabelle 35. Ganz abweichend von allen anderen in dieser Arbeit untersuchten Substanzen zeigt die Doppelbrechung $(\beta - \alpha)$ des Gipses in ihrem Verlauf ein schwaches, aber deutlich ausgeprägtes Maximum. Dies wird noch bestätigt durch den Inhalt von Tabelle 32, in welcher die $(\beta - \alpha)$, die als Differenzen von Brechungsexponenten der-

[1] V. v. Lang, Wien. Ber. **31**. 120. 1858.
[2] Quincke, Festschr. d. naturf. Gesellsch. zu Halle. 1879. 321.
[3] H. Dufet, Bull. soc. min. **11**. 123. 1888.
[4] A. Mühlheims, Zeitschr. f. Krist. **14**. 202—236. 1888.

Tabelle 31. **Doppelbrechung des Gipses für eine Platte // (010), nach verschiedenen Autoren.**

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	$(\gamma - \alpha)$				
		v. Lang	Quincke	Dufet	Mühlheims	Verfasser
759,4	A	—	—	—	0,00864	0,008733
717,5	a	—	—	—	875	8833
686,7	B	0,00982	—	—	883	8908
670,8	Li	—	—	0,00902	—	8934
656,3	C	981	0,0091	905	896	8958
589,3	Na	966	93	916	904	9072
535,0	Tl	—	—	923	—	9150
527,0	E	985	95	—	916	9162
486,1	F	972	96	932	925	9235
434,1	H	—	—	948	—	9340
430,8	G	986	100	—	—	9347

Tabelle 32. **Doppelbrechung des Gipses für eine Platte senkrecht zur spitzen Bisektrix, nach verschiedenen Autoren.**

λ in $\mu\mu$	Spektrallinie	$(\beta - \alpha)$				
		v. Lang	Quincke	Dufet	Mühlheims	Verfasser
759,4	A	—	—	—	0,00183	0,001893
715,5	a	—	—	—	188	1997
686,7	B	0,00198	—	—	190	2014
670,8	Li	—	—	0,00207	—	2032
656,3	C	204	0,0022	209	193	2048
589,3	D	205	29	214	198	2101
535,0	Tl	—	—	215	—	2115
527,0	E	211	22	—	200	2112
486,1	F	199	24	213	200	2104
434,1	H	—	—	204	—	2027
430,8	G	195	28	—	—	2021

selben vier Autoren wie bei der Gipsplatte parallel (010) gewonnen worden sind, mit den nach Tabelle 34 graphisch interpolierten Werten eine übersichtliche Aufstellung erfahren haben. Dem Verlauf und der Größe nach stimmen die Zahlen des Verfassers am besten mit denjenigen Dufet's überein. Das nochmalige Ansteigen der $(\beta - \alpha)$ von Grün bis Violett bei Quincke steht

Tabelle 33. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Gipses für eine Platte // (010).**

Plattendicke d = 1,247 mm.
Temperatur t = 18,2° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\gamma - \alpha)$
15	731,4	0,008798
16	693,5	8898
17	657,0	8957
18	624,7	9017
19	594,3	9055
20	567,5	9102
21	542,3	9133
22	520,0	9174
23	499,3	9209
24	480,2	9242
25	462,4	9270
26	446,5	9310
27	431,6	9345
28	417,6	9377

Tabelle 34. **Interferenzstreifen und Doppelbrechung des Gipses für eine Platte senkrecht zur spitzen Bisektrix.**

Plattendicke d = 3,551 mm.
Temperatur t = 18,8° C.

n	λ in $\mu\mu$	$(\beta - \alpha)$
9	751,9	0,001906
10	704,8	1985
11	659,6	2043
12	616,1	2082
13	576,3	2110
14	536,4	2115
15	497,3	2101
16	457,3	2061

Tabelle 35. Relative Fehler der $(\gamma - \alpha)$ und $(\beta - \alpha)$ bei Gips.

	$\Delta(\gamma - \alpha)$	$\Delta(\beta - \alpha)$
Rot	0,000012	—
Orange	0,000007	0,000005
Grün-Blau	0,000004	0,000002
Violett	0,000002	0,0000005

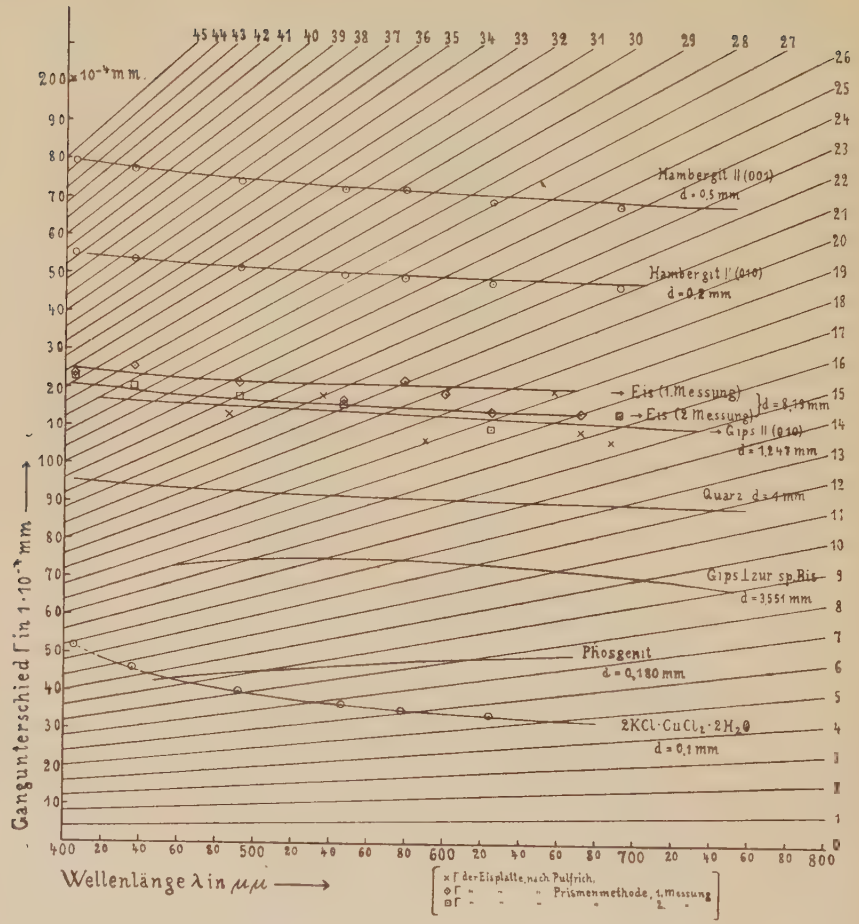


Fig. 2.

im Widerspruch zu dem Verlauf der entsprechenden Doppelbrechung bei allen andern Verfassern. Man muß deshalb die Richtigkeit der Werte des genannten Autors wohl bezweifeln, und dies um so mehr, da ein einmaliges Maximum in der Doppelbrechung ($\beta - \alpha$) auch aus dem Verhalten der Winkel der optischen Achsen folgt. Diese erreichen nämlich ebenfalls einen größten Wert für eine bestimmte Lichtart. Nach Dufet fällt das Maximum des optischen Achsenwinkels bei 19° C (für Gips vom Montmartre) auf die Wellenlänge 575,4 $\mu\mu$ in Luft [1]. Hieraus ergibt sich ein

[1] Th. Liebisch, Grundriß d. physikal. Kristallographie. 1896. p. 409.

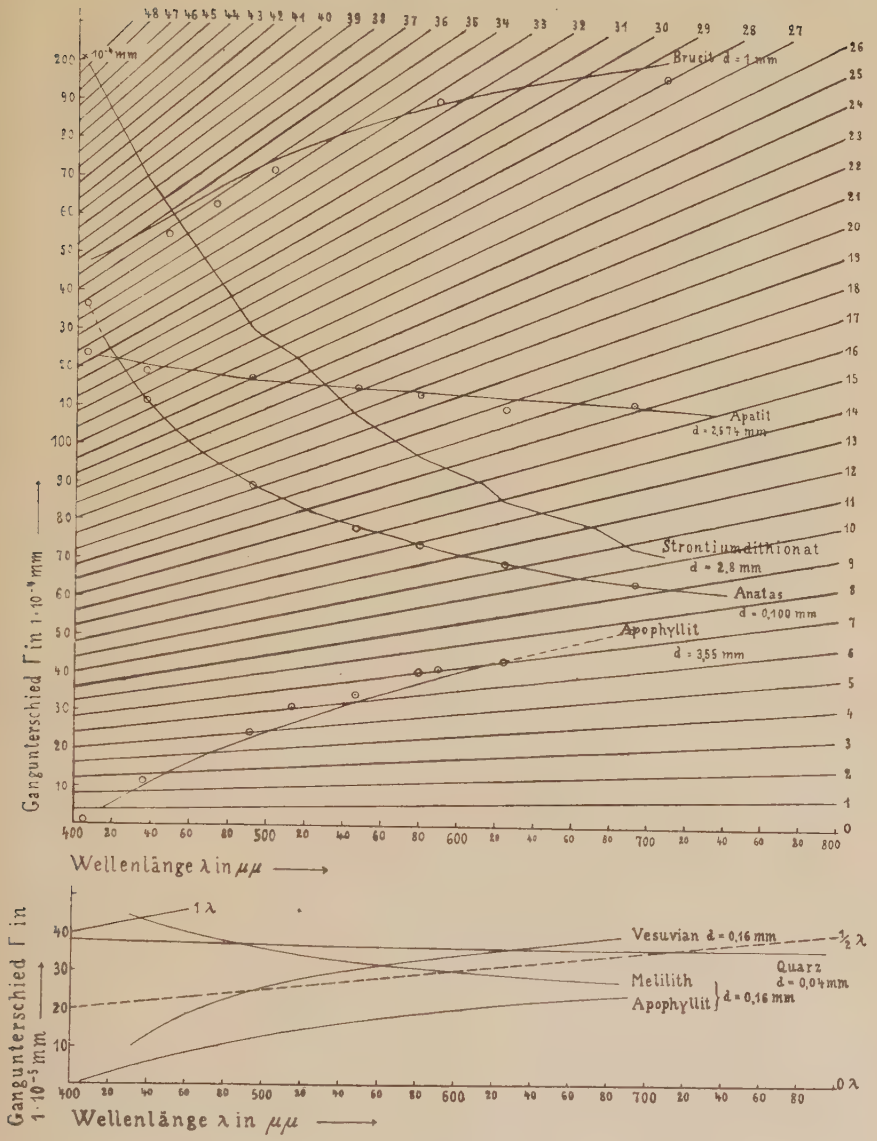


Fig. 3.

entsprechendes Maximum für $(\beta - \alpha)$ bei 535 $\mu\mu$ ca., vermöge der bekannten Beziehung zwischen dem Winkel der optischen Achsen und den drei Hauptbrechungsindizes eines zweiachsigen Kristalles. Die Resultate des Verfassers bestätigen dies aus-

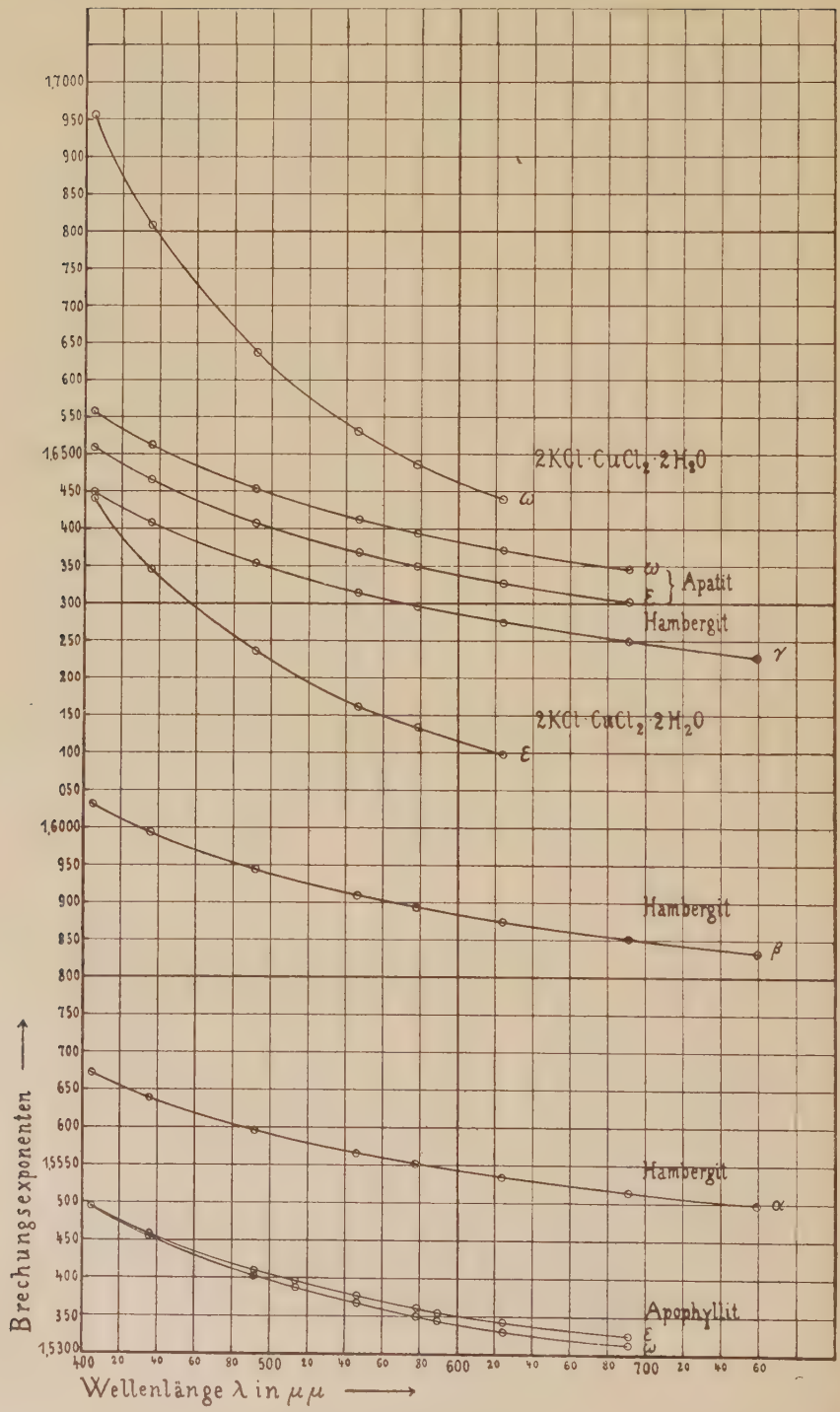

2KCl·CuCl₂·2H₂O
ω
ω
ε
Apatit
Hambergit
γ
2KCl·CuCl₂·2H₂O
ε
Hambergit
β
Hambergit
α
Apophyllit
ε
ω
Brechungsexponenten
Wellenlänge λ in μμ

Fig. 4.

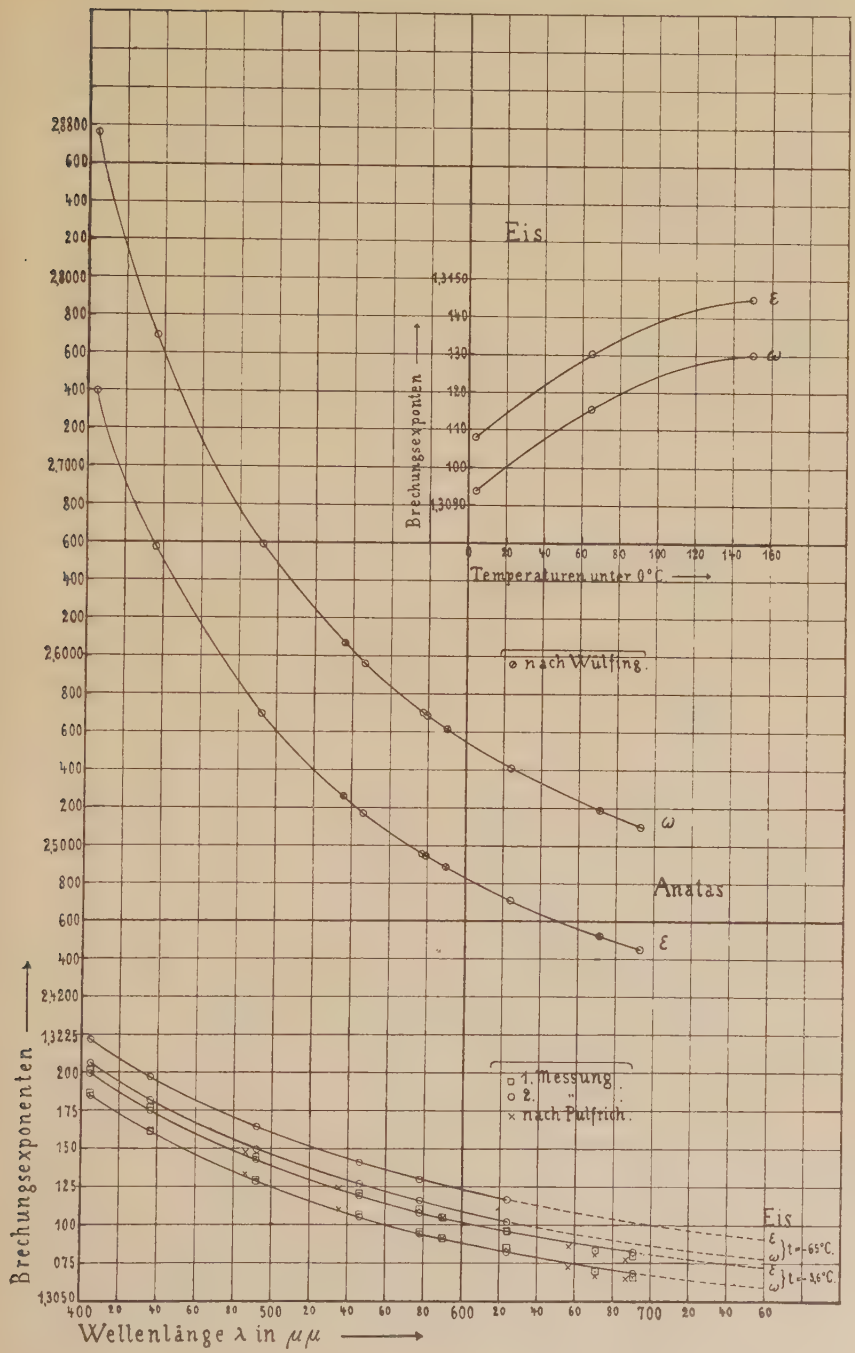

Eis
Brechungsexponenten
Temperaturen unter 0° C
ε
ω
nach Wulfing
Anatas
1. Messung
2. "
nach Pulfrich
Eis
Brechungsexponenten
Wellenlänge λ in μμ

Fig. 5.

gezeichnet. Nach Tabelle 32 liegt das Maximum der $(\beta - \alpha)$ bei 535,0 $\mu\mu$, nach Tabelle 34 bei 536,4 $\mu\mu$; das Mittel hieraus ist 535,7 $\mu\mu$. Auch in der Gangunterschiedskurve für die zur Messung benutzte Plattendicke kommt dies Maximum deutlich zum Ausdruck. Die höchste Stelle der Kurve wird für eine Abszisse erreicht, die ebenfalls den Wert $\lambda = 535\ \mu\mu$ ca. hat (siehe Fig. 2).

Einfluß der beobachteten und außerdem zu erwartenden Arten von Dispersionen der Doppelbrechung auf den Charakter der Interferenzfarben.

Wenn wir die Gangunterschiedskurven in den beiden Fig. 2 und 3 untereinander vergleichen, so erkennen wir, daß wir dieselben in drei Gruppen einteilen können. Wir haben nämlich:

1.) Kurven, die von Violett nach Rot fallen; Abnahme der Doppelbrechung mit wachsender Wellenlänge [Apatit, Eis, Quarz, Anatas, Cupribikaliumchlorid, Hambergit, Gips // (010)];
2.) Kurven, die in demselben Sinne der Wellenlängen steigen; Zunahme der Doppelbrechung mit wachsender Wellenlänge (Apophyllit, Brucit);
3.) Kurven, die ein Maximum zeigen; Maximum der Doppelbrechung im sichtbaren Spektrum (Gips $\perp$ z. sp. Bis.).

Außerdem können noch auftreten:

4.) Kurven mit einem Minimum; Minimum der Doppelbrechung im sichtbaren Spektrum;
5.) Kurven, welche die λ-Achse schneiden; die Doppelbrechung geht im sichtbaren Spektrum durch Null hindurch (hierher würden gehören manche Arten von Apophyllit, von Vesuvian, von Melilith und eine ganze Reihe anderer natürlicher und künstlicher Kristalle).

Die Kurven 1) steigen nach dem violetten Ende des Spektrums zu immer schneller, d. h. sie sind nach oben konkav. Daß dies immer der Fall sein muß, liegt im Charakter der Kurven für die Brechungsexponenten begründet. Abgesehen von den Fällen anormaler Dispersion steigen nämlich die Dispersionskurven für die sichtbaren Farben nach Violett zu ebenfalls dauernd stärker an. Wenn demnach schon die Differenzen der Ordinaten

dieser Kurven, oder anders ausgedrückt, die Doppelbrechung nach kleinen Wellenlängen zu wächst, muß sie fortwährend schneller wachsen.

Die Kurven 2) fallen nach dem kurzwelligen Ende des Spektrums hin immer schneller. Sie sind daher in allen Fällen nach oben konkav. Der Grund ist der analoge wie vorher.

Die Kurven 3) und 4) sind bei allen zweiachsigen Kristallen an Platten senkrecht zur spitzen Bisektrix zu erwarten, wo der Winkel der optischen Achsen innerhalb des sichtbaren Spektrums einen größten oder kleinsten Wert erreicht. Außer dem in dieser Arbeit behandelten Gips gehört hierher als weiteres Beispiel für ein Maximum der Doppelbrechung der Chrysoberyll von Iveland in Norwegen. Nach den Angaben von Schetelig[1] ist dieses Mineral aufgebaut aus konzentrischen Zonen, die sich voneinander durch die Größe ihres optischen Achsenwinkels unterscheiden. Die Partien mit kleinem Achsenwinkel zeigen dabei einen bedeutend größeren Winkel der optischen Achsen für Gelb als für Rot und Blau. Die betreffenden Werte sind nämlich nach den Messungen von Schetelig folgende:

$\lambda = 0{,}64\ \mu$ Rotes Glas $2V = 12^0$
$\lambda = 0{,}589$ „ Na-Licht „ $= 20$
$\lambda = 0{,}48$ „ Blaues Glas „ $= 18$

Da nun die Differenz in den optischen Achsenwinkeln von Li-Rot bis Na-Gelb (dem ungefähren Maximum) beim Gips nur 33,5′[2] beträgt, so wäre bei den besagten Partien des Chrysoberylls ein bedeutend stärkeres Maximum in der Doppelbrechung einer Platte senkrecht zur spitzen Bisektrix zu vermuten wie beim Gips. (Gips und Chrysoberyll sind beide optisch positiv.) Ein Minimum der Doppelbrechung zeigt nach den Messungen von Wülfing[3] der Humboldtilith vom Vesuv. Die mit dem Babinetschen Kompensator ermittelten Werte für die Doppelbrechung dieses Minerals lauten nämlich:

Li	0,00530	$\pm$ 0,0001
Na	517	
Tl	521	

[1] J. Schetelig, Mineralog. Studien. I. Norsk. geologisk. tidsskrift. 2. Heft 3. No. 9. p. 8. 1913.

[2] Th. Liebisch, a. a. O. p. 409.

[3] Rosenbusch-Wülfing, Mikrosk. Physiographie etc. 1905. I, 2. 70.

Die Kurven 5) schneiden die λ-Achse einmal, wenn sie wie die Kurven 1) und 2) verlaufen. Haben sie aber ein Maximum oder Minimum wie die Kurven 3) und 4), so können sie die λ-Achse innerhalb des sichtbaren Spektrums auch zweimal schneiden. Kurven für die Doppelbrechung mit einem Maximum oder Minimum und mit zweimaligem Durchgang durch Null können vielleicht auftreten bei den oben genannten zweiachsigen Kristallen mit einem Maximum oder Minimum des Winkels der optischen Achsen, wenn zugleich die Änderung dieses Winkels so stark würde, daß er zweimal den Wert Null durchschreitet. Fälle dieser Art sind aber bisher nicht bekannt geworden. — Zur Darstellung der die λ-Achse schneidenden Gangunterschiedskurven müßten wir unser Schema in den Tafeln noch erweitern. Wir müßten nämlich noch ein zweites Büschel von geraden Linien einzeichnen, welches symmetrisch zum ersten in den vierten Quadranten zu liegen käme. Die Γ-Kurven ziehen dann teils durch den ersten, teils durch den vierten Quadranten. Es erhebt sich nun die Frage, welche Werte der Doppelbrechung diesseits oder jenseits der Null durch die positiven Ordinaten des ersten Quadranten, welche dagegen durch die negativen Ordinaten des vierten Quadranten dargestellt werden sollen. Bei einachsigen Kristallen kann man sich einfach und zweckmäßig dafür entscheiden, positive Ordinaten zu wählen, wenn der Charakter der Doppelbrechung ein positiver ist, und entsprechend negative Ordinaten, wenn der Charakter der Doppelbrechung ein negativer ist. Man müßte dann konsequenterweise eigentlich auch diejenigen Γ-Kurven, bei denen die Doppelbrechung nicht durch Null geht, je nach dem Vorzeichen ihrer Doppelbrechung im ersten oder vierten Quadranten darstellen. Hiervon wird man jedoch der Einfachheit halber absehen. Man erhält dann zwar streng genommen im ersten Quadranten z. T. die Spiegelbilder der wahren Kurven; aber für die Beurteilung des Charakters der Interferenzfarben ist dies vollkommen gleichgültig. Bei zweiachsigen Kristallen erwächst hinsichtlich der die λ-Achse schneidenden Γ-Kurven eine gewisse Schwierigkeit insofern, als nicht in allen Fällen, wo die Doppelbrechung durch Null geht, auch ein entsprechender Wechsel im Vorzeichen der Doppelbrechung stattfindet. Es bleibt also hier der Willkür überlassen, welchen Teil der Γ-Kurven man durch positive Ordinaten darstellen will. Den Charakter der

Interferenzfarben kann man aber in jedem Falle richtig beurteilen. Dies würde auch dann noch der Fall sein, wenn wir zur Darstellung aller vorkommenden Γ-Kurven immer nur den ersten Quadranten benutzen wollten. Indes würde hierbei beim Durchschreiten der Null der kontinuierliche Verlauf der Gangunterschiedskurven unterbrochen. Die stetige Änderung der Doppelbrechung würde also hier weniger gut zum Ausdruck gebracht wie bei der gewählten Art der Darstellung. —

Kenntnis von dem Einfluß der fünf Kurvenarten auf den Charakter der Interferenzfarben verschaffen uns die folgenden Erwägungen. Zur Unterstützung der Anschauung denken wir uns zunächst in den beiden Fig. 2 und 3 über den auf der λ-Achse angegebenen Wellenlängen ein entsprechend koloriertes Band parallel zur Γ-Achse aufgetragen. Wir erhalten so ein senkrecht zur Dispersionsrichtung breit ausgedehntes Normalspektrum. — Zur wirklichen Ausführung der Kolorierung würde man zweckmäßig die physiologische Farbenskala nach Listing[1] zu Rate ziehen. — Die geraden Linien des Büschels überdecken das Normalspektrum; an ihnen sind die Farben vollständig ausgelöscht. Genau symmetrisch zwischen den Geraden des ersten Büschels liegen die Geraden eines zweiten mit der Gleichung $\Gamma = \frac{2(n+1)\lambda}{2}$. Entlang diesen Geraden, die wir uns nur denken, leuchten die Farben des Spektrums ganz ungeschwächt. Der Übergang von den Geraden maximaler Helligkeit zu den Geraden maximaler Dunkelheit ist dabei ein sinusartiger[2]. Wir müssen also längs den Geraden des ersten Büschels eine an Intensität entsprechend abnehmende dunkle Schattierung anbringen bis fast an die Geraden des zweiten Büschels heran. (Dies findet man in vorstehender Weise ausgeführt in Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 10. Aufl. 1909. Bd. 2. p. 741, Fig. 611. Hier soll das kolorierte Schema zur Erklärung des Zustandekommens der Newton'schen Farben eines dünnen Luft-

[1] Listing, Pogg. Ann. **131**. 564. — Siehe auch Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik. 10. Aufl. 1909. Bd. 2. p. 742.

[2] Über Abweichungen von dem sinusartigen Verlauf der Intensität beim Auftreten starker innerer Reflexionen an der planparallelen Kristallplatte, siehe: H. Joachim, Über den Einfluß innerer Reflexionen auf die Interferenzerscheinungen an doppelbrechenden Kristallplatten. Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Kl. 1907. p. 14.

keiles dienen.) Unsere Γ-Kurven denken wir uns nun auf schwarzes Papier gezeichnet und das Papier längs diesen Zeichnungen kontinuierlich in einer Breite von einigen Zehntel-Millimetern ausgeschnitten. Legen wir dann jeden Kurvenausschnitt an der ihm zukommenden Stelle in unser koloriertes Schema, so erblicken wir in einem solchen Ausschnitt das ganze Interferenzspektrum für die betreffende Plattendicke. Dies Spektrum ist nun im Gegensatz zu demjenigen, welches im Spektralapparat erscheint, mehr oder weniger gekrümmt. Die Krümmung ist jedoch für unsere Überlegungen ganz belanglos.

Man kann nun aber auch eine mechanische Mischung der Farbenkomponenten erzielen, wenn man folgenden Weg einschlägt. Wir denken uns ein nichtkoloriertes Schema, das beide Geradenbüschel für die Maxima und Minima der Helligkeit enthält. Die Schnittpunkte unserer Γ-Kurve mit den sämtlichen Büschelgeraden projizieren wir senkrecht herunter auf die λ-Achse. Unter dieser Achse in einem Abstande von mehreren Millimetern ziehen wir eine ihr parallel laufende gerade Linie. Das schmale Band zwischen dieser Linie und der λ-Achse wird nun den Wellenlängen entsprechend koloriert. Dann werden an den Stellen der Minima der Helligkeit, welche durch die betreffenden Projektionspunkte markiert werden, senkrecht zu der Längsrichtung des Bandes schwarze Striche gezogen, die die Interferenzstreifen darstellen. Von diesen Streifen aus bis zu den gleichfalls durch Projektionspunkte angegebenen Stellen der größten Helligkeit ist nun wieder, wie vorher, eine sinusartig abfallende Schattierung anzubringen. Wir haben jetzt also ein von dunklen Streifen durchzogenes, buntes, längliches Rechteck, welches genau dem wirklichen Interferenzspektrum entspricht. Um die resultierende Mischfarbe herzustellen, verschaffen wir uns einen Kreiszylinder, dessen Umfang gleich der langen Seite des Rechtecks ist. Auf diesen Zylinder kleben wir unser Rechteck mit der schmalen Seite parallel zur Mantellinie auf, so daß das Abbild des Interferenzspektrums an den Enden in sich zurückläuft. Versetzen wir den Kreiszylinder in schnelle Rotation um seine Achse, so erblicken wir auf dem aufgeklebten Band die Mischfarbe der vorhandenen Farbkomponenten.

Für unsere weiteren Betrachtungen benutzen wir die gekrümmten Spektren von der Gestalt der Γ-Kurven. Die Gangunterschiedskurven eines bestimmten Kristalles haben die Eigen-

tümlichkeit, daß sie mit abnehmender Plattendicke immer geringere Krümmung annehmen und gleichzeitig, genau wie die Geraden des Büschels, immer kleinere Winkel mit der λ-Achse einschließen. Dies folgt aus dem Umstande, daß bei Ableitung einer Γ-Kurve für eine gewünschte Plattendicke aus einer schon bekannten Γ-Kurve die Ordinaten der letzten im Verhältnis der Dicken beider Kristallplatten zu ändern sind. Wenn also die Plattendicke nur genügend gering genommen wird, so liegen auch bei den Kristallen mit stärkerer Dispersion der Doppelbrechung die ersten Γ-Kurven alle innerhalb der grau schattierten Zone, die sich unmittelbar an die λ-Achse anschließt. Es wird demnach bei allen Kristallen bei genügend geringer Plattendicke zunächst ein grauschwarzer Ton als Interferenzfarbe auftreten. Nimmt die Dicke dann zu, so macht sich auch alsbald der Einfluß der besonderen Gestalt der Γ-Kurven auf den Charakter der folgenden Interferenzfarben geltend.

Wenn wir zuerst mäßige Dispersion der Doppelbrechung voraussetzen, so ist bei den Kurven 1), solange sie unterhalb $\frac{1}{2}\lambda$ bleiben, nach dem Grauschwarz eine grauviolette Farbe zu erkennen. Diese rührt davon her, daß der linke, steilere Teil einer solchen Γ-Kurve schon ein wenig in das nicht ausgelöschte Violett hineinragt, das zwischen der λ-Achse und der Büschelgeraden $\Gamma = \lambda$ liegt, während der übrige Teil sich noch in dem ersten Schatten befindet. Erhöhen wir Γ weiter, so zieht unsere Kurve durch die sämtlichen nicht ausgelöschten Farben, welche sich an das eben erwähnte Violett anschließen. Es treten also alle Farben des Spektrums auf, und wir erhalten als Mischfarbe Weiß. Weil aber die Γ-Kurve mit ihrem rechten Ende im äußersten Rot doch noch etwas in den vorigen Schatten hineinkommt, so zeigt das Weiß einen Stich ins Bläuliche. Es ist ihm nämlich die Komplementärfarbe des ganz dunklen Rots, ein blasses Grünblau beigemischt. Kaum ist nun die Γ-Kurve bei weiterem Anwachsen ihrer Ordinaten aus dem Schatten der λ-Achse ganz heraus, so hat sie sich in ihrem linken Teil soweit aufgerichtet, daß hier ein Schnittpunkt mit der Geraden $\Gamma = \lambda$ entsteht. Das blaßbläuliche Weiß geht deshalb fast unmittelbar in Gelb über, ohne erst, wie bei den Newton'schen Farben, durch reines Weiß zu passieren. Der erste Absorptionsstreifen im Violett ist schmäler und schärfer begrenzt wie der analoge Streifen bei schwacher Dispersion der Doppelbrechung,

weil die Gangunterschiedskurven zu der ersten Büschelgeraden jetzt stärker geneigt sind. Das erste Gelb ist deshalb die reine Komplementärfarbe zu dem markant ausgelöschten Violett und hat aus diesem Grunde einen um so besser leuchtenden Ton, je steiler die Γ-Kurve im kurzwelligen Ende des Spektrums verläuft, je schmäler also der hier liegende Interferenzstreifen wird. Vergleiche hierzu die Γ-Kurven für Quarz ($d = 0{,}04$ mm) mit schwacher und für Melilith ($d = 0{,}16$ mm) mit stärkerer Dispersion der Doppelbrechung in Fig. 3 unten, wo das Gebiet zwischen 0 λ und 1 λ mit einigen Gangunterschiedskurven mit zehnmal größeren Ordinaten wiedergegeben ist wie in der bisher besprochenen Darstellung. Die Kurve für Melilith ist konstruiert nach den Werten, welche Hlawatsch[1] für die Doppelbrechung eines Kristalles vom Vesuv gefunden hat. Indem man sich die beiden genannten Γ-Kurven für geringere Dicken eingetragen denkt, kann man das bisher geschilderte Verhalten der Kurven 1) leicht verfolgen. Die nun weiter auftretenden Farben der ersten Ordnung sind dieselben wie in der Newton'schen Skala, nur aus demselben Grunde wie beim Gelb viel intensiver leuchtend, so daß sie in der Leuchtkraft schon den normalen Farben der zweiten Ordnung gleichkommen. Analoges gilt für die Farben der folgenden Ordnungen. Je stärker die Dispersion der Doppelbrechung bei den Kurven 1) wird, desto früher treten schon die Interferenzfarben auf, welche normalerweise erst höheren Ordnungen angehören. Denn bei steilen Gangunterschiedskurven wird eine größere Streifenanzahl wie sonst bei ähnlicher Verteilung im Spektrum schon an dünnen Platten erreicht. Dementsprechend sind also bei wachsender Plattendicke auch sehr bald mehr wie acht Interferenzstreifen vorhanden, und für das Auge gehen die Farben schon bei recht niedrigen Ordnungen in Weiß über. Je steiler also die Kurven 1) von Anfang an verlaufen, desto mehr verschieben sich die sonst höheren Ordnungen entsprechenden Farben nach unten. Die Zahl der an solchen Kristallkeilen sichtbaren Farbenordnungen wird also immer mehr beschränkt, um schließlich gleich Null zu werden. Das Auge würde dann auch an der Schneide des betreffenden Keiles keine Farben mehr erkennen. Von den in dieser Arbeit untersuchten Kristallen, die eine Γ-Kurve 1) aufweisen, haben der Anatas und

[1] C. Hlawatsch, Tscherm. Min.-petr. Mitt. **23**. p. 418. 1904.

das Cupribikaliumchlorid eine starke Dispersion der Doppelbrechung. Ihre Farbenfolge weicht auch schon sehr deutlich von der normalen ab. Die bei einer Anatasplatte parallel (001) an den Isochromaten des Achsenbildes auftretenden Farben leuchten alle auffallend stark. Um ihre Abweichungen von der NEWTON'schen Skala hervorzuheben, möge die an einer etwa 0,2 mm dicken Anatasplatte parallel zur Basis im konvergenten Licht beobachtete Farbenfolge angeführt werden: Grauschwarz; Blaugrau; bläulich Weiß, geht (ohne Übergang durch rein Weiß!) in leuchtendes Gelb über; leuchtendes Rot; Tiefblau, geht (ohne die normale Zwischenstufe von Weißblau!) gleich in Blaugrün über; leuchtendes Hellgrün; das Gelb vor Rot zweiter Ordnung fehlt ganz; das stark leuchtende Rot zweiter Ordnung, welches einen hellrosa Ton hat, wie normal in der dritten Ordnung, geht nicht in Blau über, sondern in ein ganz schmales Blaugrün, das dann sofort einem leuchtenden Grün, ähnlich dem normalen Grün dritter Ordnung, Platz macht. Die weiter folgenden Farben dritter und höherer Ordnungen zeigen in der Hauptsache die gleichen, stark leuchtenden gelbrosa und blaßbläulichgrünen Töne wie sonst, nur wie die vorigen immer um annähernd eine Ordnung in den Nuancen verschoben. Das Weiß höherer Ordnung tritt dementsprechend schon um eine Ordnung früher auf wie normal. Ganz ähnlich der Farbenfolge des Anatases ist die des Cupribikaliumchlorids. Nur tritt hier eine geringe Modifikation ein durch die auch an dünnen Platten noch merkbare blaßblaugrüne Eigenfärbung des Doppelsalzes.

Die stärkste überhaupt genau bekannte Dispersion der Doppelbrechung bei den Substanzen, die Ganguntersehiedskurven vom Typus 1 aufweisen, besitzt wohl das Strontiumdithionat. Die Brechungsexponenten dieses Salzes sind von H. ROSE[1] bis auf wenige Einheiten der 5. Dezimale genau gemessen worden. Die hieraus sich ergebenden Werte für die Doppelbrechung sind zur Konstruktion der in Fig. 3 eingezeichneten I-Kurve einer 2,8 mm dicken Strontiumdithionat-Platte (parallel zur optischen Achse) benutzt worden. Man erkennt das bedeutend stärkere Ansteigen dieser Kurve gegenüber der des Anatases. Dementsprechend weichen auch die Interferenzfarben des Strontiumdithionats erheblich stärker von den normalen ab wie beim

[1] H. ROSE, a. a. O. p. 68—69.

Anatas. Zum Vergleich möge deshalb die Farbenfolge im Achsenbild des genannten Salzes mit ihren wesentlichen Merkmalen angeführt werden. Da die Kristalle alle stark tafelig nach der Basis ausgebildet sind, so kann man einen 1 bis 2 mm dicken Kristall ohne weitere Präparation zur Beobachtung des Achsenbildes benutzen. Nach dem Grau und Blaugrau der ersten Ordnung kommt zunächst ein auffallend bläuliches Weiß, welches seinerseits fast unvermittelt in ein helles, stark leuchtendes Gelb übergeht; hell leuchtendes Rosenrot, durch ein ganz schmales bläuliches Dunkelgrün in helles, leuchtendes Grün übergehend; dann kommen schon gelbrosa und grünliche Töne, wie normal in den höheren Ordnungen. Man kann im Tageslicht die Farben bis zur vierten Ordnung noch eben verfolgen; darüber hinaus kommt schon Weiß höherer Ordnung. Die Farben der ersten Ordnung sind hier ähnlich den letzten Farben zweiter und den ersten Farben dritter Ordnung der normalen Skala, nur mit dem Unterschied, daß das Grünblau mehr in Blaugrün umgeschlagen ist, und daß alle Farben viel stärker leuchten wie normal.

Die Kurven 2) haben bei geringen Neigungen ihren ersten Schnittpunkt mit den Büschelgeraden zunächst noch im Violett, und die weiteren Schnittpunkte folgen sich in ähnlicher Weise wie bei den ganz flach verlaufenden Kurven 1). Die Reihenfolge der Farben wird daher fürs erste ebenfalls noch nicht wesentlich von der der Newton'schen Skala verschieden sein. Da aber die Gangunterschiedskurven jetzt nach derselben Seite neigen wie die geraden Linien des Büschels, und also diesen auf verhältnismäßig lange Strecken nahezu parallel ziehen, so werden die Interferenzstreifen recht breit und an den Rändern verwaschen. Der größte Teil der übrigbleibenden Farben ist dadurch in seiner Intensität bedeutend herabgesetzt; infolgedessen sind die resultierenden Interferenzfarben matt und stumpf. Wächst die Neigung der Kurven so weit, daß sie bei Verlauf in der Nähe der Geraden $\Gamma = \lambda$ im ganzen schon einen größeren Winkel zur λ-Achse haben wie diese Gerade, so tritt der erste Interferenzstreifen nicht mehr am kurzwelligen Ende des sichtbaren Spektrums auf, sondern im äußersten Rot. Daher ist die Farbenfolge jetzt die umgekehrte wie in der normalen Skala. Nach dem Weiß erster Ordnung kommen zuerst blaugrüne, dann blaue, rötliche und zuletzt gelbe Töne. Die umgekehrte Reihenfolge der Schnittpunkte kann man unter

anderem erkennen mit Hilfe der Γ-Kurven für Apophyllit und Vesuvian für die Dicke von 0,16 mm in Fig. 3 unten. Die Kurve für Vesuvian, welche nach den Angaben von Hlawatsch[1] über die Doppelbrechung des Idokras von Ala gezeichnet wurde, schneidet die Gerade $\frac{1}{2}\,\lambda$ bei 495 $\mu\mu$ ca. Denkt man sich diese Kurve ein wenig nach unten verschoben, so kommt der Schnittpunkt weiter nach Rot zu zu liegen. Im gleichen Falle verschiebt sich der Schnittpunkt der Γ-Kurve des Meliliths (d = 0,16 mm in derselben Figur) dagegen nach Violett zu. Die Kurve für Apophyllit läuft am roten Ende des Spektrums der Geraden $\frac{1}{2}\,\lambda$ sehr nahe parallel. Die Neigung dieser Kurve übertrifft aber auch rechts diejenige der Geraden $\frac{1}{2}\,\lambda$, wenn man die Plattendicke erhöht. Die Γ-Kurven des Apophyllits schneiden also die Gerade $\frac{1}{2}\,\lambda$ beim Anwachsen der Plattendicke ebenfalls zuerst im Rot. Was hinsichtlich der Schnittpunkte bei der Geraden $\frac{1}{2}\,\lambda$ gilt, trifft ebenso zu für die Gerade 1 λ. Man sieht also, die Interferenzstreifen wandern bei den stark geneigten Kurven 2) mit zunehmender Plattendicke vom Rot her ins Spektrum hinein, bei den schwach geneigten Kurven 2) und bei allen Kurven 1) dagegen vom Violett her.

Wenn die Kurven 2) nur wenig mehr geneigt sind wie die Geraden des Büschels, ein Fall, der z. B. beim Brucit eintritt, so liegen in den niedrigen Ordnungen die gekrümmten Spektren einmal fast ganz in dem Schatten der geraden Linien, dann wieder fast ganz in den Zwischenräumen größter Helligkeit. Daraus erklärt sich, daß bei solchen Mineralen in den ersten Ordnungen hauptsächlich graue und weiße Farbtöne miteinander abwechseln, die nur von schmalen, matt gefärbten Bändern gesäumt sind. Diese Säume haben beim Brucit eigentümliche, bräunliche und bläuliche Färbungen, weil hier in der Hauptsache die Farben an den äußersten Enden der Γ-Kurven abwechselnd zur Geltung kommen. Je höher aber diese Gangunterschiedskurven in unserem Schema zu liegen kommen, um so stärker wird neben ihrer Neigung auch ihre Krümmung. Ihr Verlauf wird deshalb immer weniger mit dem der geraden Linien zusammenfallen. Die Schnittpunkte werden also markanter, die Interferenzstreifen schmäler und schärfer begrenzt. Die schwarzen und weißen Töne werden dem-

[1] C. Hlawatsch, Tscherm. Min.-petr. Mitt. **21**. p. 125. 1902.

nach in den höheren Ordnungen immer mehr durch buntfarbige verdrängt, und zugleich werden die Farben intensiver und leuchtender. Da aber auch in verhältnismäßig hohen Ordnungen noch weniger wie neun Schnittpunkte vorhanden sind, so bleiben die Farben dem Auge bis zu recht hohen Ordnungen sichtbar, und das Weiß höherer Ordnung wird erst sehr spät erreicht. Beim Brucit beispielsweise lassen sich die Interferenzfarben noch bis zu einer Plattendicke von ungefähr 1 mm gut verfolgen, also bis zu annähernd derselben Dicke wie beim Quarz, obwohl die Doppelbrechung des Brucits für mittlere Farben etwas über doppelt so stark ist wie die des Quarzes. Die Γ-Kurve für die Brucitplatte von 1 mm Dicke in Fig. 3 zeigt in der Tat nur acht Schnittpunkte; Quarz bei gleicher Plattendicke, aber im Mittel nur halb so hoher Lage der Γ-Kurve in Fig. 2 weist schon zwölf Schnittpunkte auf. Man wird demnach an einem Brucitkeil, dessen eine Fläche parallel zur optischen Achse liegt, etwas über doppelt so viel Farbenordnungen erkennen können wie an einem Quarzkeil. Die Zahl der sichtbaren Ordnungen wird beim Brucit demnach um 20 herum liegen.

Nehmen wir nun die Neigungen der Kurven 2) größer und größer, so werden die Farben niederer Ordnungen immer mehr denjenigen höherer Ordnungen gleichen, und endlich wird auch hier für das Auge nur noch Weiß zu sehen sein.

An Hand der schon angeführten Gangunterschiedskurven, die in Fig. 3 unten gezeichnet sind, ergeben sich noch einige der ersten charakteristischen Unterschiede zwischen den Interferenzfarben der Kurven 1) und 2). Der Melilith (Typus 1) zeigt für die zur Darstellung benutzte Plattendicke ein leuchtendes Gelb; denn die Γ-Kurve schneidet die Gerade 1 λ an der Grenze zwischen Violett und Blau. Die Quarzplatte mit einer Dünnschliffdicke von 0,04 mm hat noch keinen Interferenzstreifen aufzuweisen. Aber gleichwohl tritt diese Γ-Kurve im Violett schon so nahe an die Gerade 1 λ heran, daß das Violett in seiner Intensität bedeutend herabgesetzt ist. Der Quarz zeigt in diesem Falle also ebenfalls eine gelbliche Farbe. Erhöhen wir die Dicke des Quarzschliffs ein wenig, so schneidet die Γ-Kurve jetzt die Gerade 1 λ im sichtbaren Spektrum, und es tritt im Violett ein Interferenzstreifen auf. Da der Winkel zwischen der Γ-Kurve und der geraden Linie 1 λ an der Schnittstelle beim Quarz viel kleiner

ist wie beim Melilith, so wird der erste Interferenzstreifen bei jenem bedeutend breiter und verwaschener sein wie bei diesem. Das Gelb ist also beim Quarz nicht die reine Komplementärfarbe einer schmalen Stelle im Spektrum; es ist deshalb dunkler und matter wie die entsprechende Farbe des Meliliths. Während bei den Kurven 1) nach den Beispielen des Meliliths und des Quarzes vor dem Gelb erster Ordnung, also nach dem Weiß der gleichen Ordnung ein mehr oder weniger breites gelbliches Weiß auftritt, findet bei den Kurven 2) des Apophyllits und des Vesuvians das Umgekehrte statt. Für die in der Darstellung gewählte Dicke von 0,16 mm liegen die Kurven dieser beiden Minerale zum größten Teil nicht weit von der Geraden $\frac{1}{2}\lambda$; nur nach Violett zu reichen sie noch tief in den Schatten der λ-Achse hinab. Nach dem Grau erster Ordnung stellt sich hier demnach ein gelbliches Weiß als Komplementärfarbe zu dem geschwächten Violett ein; dann erst kommt ein mehr oder weniger reines Weiß.

Die Kurven 3) und 4) setzen sich gewissermaßen aus den beiden Kurvenarten 1) und 2) zusammen. Je nachdem der eine oder der andere Ast überwiegt, werden die Interferenzfarben mehr der einen oder der andern der besprochenen Farbenfolgen angehören. Ist das Maximum oder Minimum nur flach wie beim Gips, so bleibt die Abweichung der Farben von der Newton'schen Skala unmerklich.

Die Kurven 5) müssen schon deshalb immer anormale Interferenzfarben liefern, weil wenigstens eine Wellenlänge im Spektrum dauernd ausgelöscht ist. Da die fehlende Farbe in jedem Spektralbezirk liegen kann, so sind schon aus diesem Grunde sehr mannigfaltige Farbenfolgen möglich. Hierzu gesellt sich noch der Einfluß der verschiedenen Neigungen der Γ-Kurven, so daß die Zahl der möglichen Farbentöne hier wohl nur durch die mangelnde Fähigkeit unseres Auges beschränkt wird, Licht von beliebig nahe aneinander grenzender Wellenlänge zu unterscheiden. Nach Berechnungen von A. König[1], die auf den Untersuchungen von Uthhoff fußen, soll das Auge im Sonnenspektrum etwa 160 verschiedene Farbentöne unterscheiden können[2].

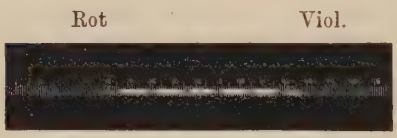
[1] A. König, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. 8. 375—380. 1894.

[2] Die Anzahl der im Spektrum unterscheidbaren Helligkeitsstufen von der Reizschwelle bis zur Blendung wird zu 660 angegeben.

Betrachten wir die Kurven 1) und 2) in unseren Fig. 2 und 3, und denken wir uns dabei die Schnittpunkte mit den Geraden des Büschels senkrecht auf die λ-Achse herunter projiziert, so erkennen wir, daß die Entfernungen dieser Projektionspunkte untereinander, also die Abstände der Interferenzstreifen im Normalspektrum, von Violett nach Rot zunehmen. Bei den gebräuchlichen Prismenspektralapparaten ist aber die Dispersion der Glasprismen für

Eis // d. opt. Achse; d = 8,19 mm.

Cupribikaliumchlorid // (100); d = 0,625 mm.



Apophyllit // (100); d = 3,55 mm.

Interferenzspektren.

Fig. 6.

Violett soviel stärker wie für Rot, daß die Reihenfolge der Streifenabstände sich gerade umkehrt, solange die Dispersion der Doppelbrechung gering ist. Bei Quarz und Eis z. B. nehmen demnach unter den genannten Umständen die Abstände der Interferenzstreifen von Rot nach Violett zu. (Vergl. die schon an früherer Stelle angeführte Photographie der Interferenzstreifen am Eise in Fig. 6.) Erreicht die Dispersion der Doppelbrechung jedoch größere Werte, so werden bei den Kurven 1) die Äste im Violett steiler nach oben, bei den Kurven 2) dagegen steiler nach unten wie im roten Ende des Spektrums. Die Unterschiede zwischen den Streifenabständen im Rot und Violett vergrößern sich also

allmählich. Es wird daher hier einmal der Fall eintreten, wo die Dispersion des benutzten Glasprismas die Differenz der Streifenabstände gerade aufhebt. Die Interferenzstreifen folgen dann in gleichen Abständen aufeinander. Ein Beispiel, bei welchem dies ziemlich genau zutrifft, bietet uns das Cupribikaliumchlorid. Die Photographie der Interferenzstreifen, welche die untersuchte Platte dieser Substanz zeigt, ist in Fig. 6 zum Vergleich mit den Streifen der Eisplatte wiedergegeben. Wächst die Dispersion der Doppelbrechung nun noch weiter, so werden endlich die Abstände der Streifen im Rot größer wie im Violett. Ein Beispiel hierfür bei den Kurven 1) ist der Anatas. Bei ihm ist die kritische Grenze eben überschritten. Das Interferenzspektrum der Anatasplatte ist aber hier nicht reproduziert worden, weil bei den 160 Streifen die Unterschiede in den Abständen nicht ohne weiteres ersichtlich sind, sondern sich erst durch genaue Messungen herausstellen.

Bei den Kurven 2) sind die Differenzen der Streifenabstände im Normalspektrum größer wie bei den entsprechend geneigten Kurven 1). Die Umkehr der für ein Glasprisma normalen Streifenfolge wird aus dem Grunde hier auffälliger werden wie im Falle der Kurven 1). Dies ist in der Tat sehr schön zu erkennen auf der in Fig. 6 reproduzierten Photographie der Streifen der untersuchten Apophyllitplatte. Hierauf sind die Streifenabstände im Rot sehr deutlich größer wie im Violett.

Bei den Kurven 3), 4) und 5) können natürlich auch anormale Streifenfolgen vorkommen. In den Fällen starker Maxima oder Minima können die Streifenabstände sogar in demselben Spektrum bis zu einer bestimmten Stelle wachsen und von da an wieder abnehmen. Aus diesen Betrachtungen dürfte zur Genüge hervorgehen, daß wir in der besonderen Art der Streifenverteilung im Interferenzspektrum ein Mittel besitzen, um starke Dispersion der Doppelbrechung sozusagen auf einen Blick zu erkennen.

Es möge nun noch erwähnt werden, daß man die physiologische Wirkung eines Farbengemisches nach der Theorie von König [1] mit Hilfe spezieller Tabellen und Formeln ermitteln kann. Dies ist von Troll [2] für einen Apophyllitkristall geschehen, dessen Fundort nicht angegeben wird. Troll bedient sich dabei zur Auffindung

[1] A. König u. C. Dieterici, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. **4**. 241. 1893.

[2] B. Troll, a. a. O.

der Komponenten des Farbengemisches, welches im Achsenbild des Apophyllits auf jeden Punkt des Gesichtsfeldes fällt, einer mühsamen Berechnung durch Formeln über die Abhängigkeit der Intensitätsverteilung in doppelbrechenden Kristallen von der Richtung und von der Wellenlänge bei Beleuchtung mit weißem Licht. Die Streifenmethode liefert aber die Farbkomponenten zur Bestimmung der Interferenzfarben eines Kristalls entschieden bequemer und dabei so genau wie man nur will und wie nötig ist. Denn kennt man für eine Plattendicke die Gangunterschiedskurve eines Kristalls, so kann man für eine ausgewählte Reihenfolge von Plattendicken alle Γ-Kurven leicht zeichnen und an jeder derselben die wirksamen Farbkomponenten ablesen, um diese dann zu summieren.

Wenn die Zahl der Interferenzstreifen im Spektrum gering ist, so kann man unter Berücksichtigung der Gesetze der Farbenmischung auch durch qualitative Ueberlegung die resultierende Mischfarbe in ziemlicher Annäherung erhalten. In den Fällen, wo nur ein Streifen im Spektrum vorhanden ist, ist dies besonders leicht; man erhält als Resultante der übrigbleibenden Farben immer die zu der ausgelöschten Stelle im Spektrum komplementäre Farbe. Denn die Summe aller nicht ausgelöschten Farben ergibt ja zusammen mit der ausgelöschten spektrales Weiß. Hiervon ist im vorstehenden schon mehrmals Gebrauch gemacht worden. Um ein Beispiel für einen etwas komplizierteren Fall zu bringen, soll hier die Interferenzfarbe einer Platte von Phosgenit parallel zur optischen Achse aus der zugehörigen Gangunterschiedskurve abgeleitet werden. Die Brechungsexponenten des Phosgenits von Monte Poni sind von Baumhauer[1] gemessen. Wir benutzen hier die Zahlen für die Doppelbrechung, welche sich nach seinen Messungen an dem besten Prisma ergeben. Der Verlauf der Doppelbrechung mit der Wellenlänge ist beim Phosgenit ein ganz ähnlicher wie beim Brucit. Auch die Farben in den Achsenbildern beider Minerale sind fast identisch. Für eine Phosgenitplatte von 0,18 mm Dicke erhalten wir die in Fig. 2 eingezeichnete Gangunterschiedskurve. Sie gibt zwei Interferenzstreifen, einen bei 504 und einen bei 610 $\mu\mu$ ca.; in der Verlängerung der Kurve nach Rot hin würde außerdem noch ein dritter Streifen auftreten bei 710 $\mu\mu$ ca.

[1] H. Baumhauer, Zeitschr. f. Krist. 47. 9. 1909.

Es wird also ausgelöscht dunkles Rot, Orange und die Übergangsstelle zwischen Grün und Blau. Durch die Breite des betreffenden Streifens sind Grün und Blau an dem einander zugekehrten Ende beide etwas geschwächt; ebenso Gelb und helles Rot. Das rote Ende des Spektrums ist im ganzen also am meisten geschwächt; dadurch wird ein starker Überschuß von Grün frei. Die wirksam bleibenden Farben kombinieren sich ungefähr wie folgt: Hellrot mit wenig Grün-Blau gibt Weiß; ebenfalls Violett mit Grün-Gelb; es bleibt ein Überschuß von Grün, der nicht durch Rot kompensiert wird; als resultierende Farbe wird demnach ein Grün auftreten, dem viel Weiß beigemischt ist; also ein helles Grün. Bei Betrachtung der hierzu geschliffenen Phosgenitplatte von der oben angegebenen Dicke zwischen gekreuzten Nicols erblickt man in der Tat eine leuchtend grüne Interferenzfarbe, die noch eine leichte Beimischung von Grünblau enthält. Diese feineren Tonunterschiede kann man natürlich nur durch genaue quantitative Addition der Einzelfarben unter genauer Berücksichtigung ihrer Intensität herausbekommen. Hierbei ist auch auf die besondere Zusammensetzung des zur Beleuchtung angewandten weißen Lichtes Rücksicht zu nehmen.

Bedeutung der relativen Dispersion der Doppelbrechung für den Charakter der Interferenzfarben doppelbrechender Kristalle.

Die Erörterungen des vorigen Abschnitts haben uns unter anderem gelehrt, daß die Neigung der Gangunterschiedskurven schon bei geringen Plattendicken um so größer wird, je schwächer bei gleicher Dispersion der Doppelbrechung die Doppelbrechung selbst ist. Daraus folgt sofort, daß für den Grad der Abweichung der Interferenzfarben von der Norm nicht lediglich die Dispersion der Doppelbrechung maßgebend ist, sondern immer nur ihr Verhältnis zu der Stärke der Doppelbrechung. Wir entnehmen hieraus die Berechtigung, als Maßstab für den Einfluß der Dispersion der Doppelbrechung auf die Interferenzfarben die auf p. 357 besprochene relative Dispersion der Doppelbrechung bezw. deren reziproken Wert N einzuführen. Die folgenden Überlegungen sollen dazu dienen, die Anordnnug der Kristalle nach den Zahlen N noch etwas weiter zu spezialisieren. Zunächst sehen wir ab von den Fällen, wo die Doppelbrechung durch Null geht.

Sind die Ordinaten der Kurve für die Doppelbrechung positiv, und ist

$$1.\ \Delta F > \Delta C, \text{ so wird } N = \frac{\Delta D}{\Delta F - \Delta C} > 0;$$

$$2.\ \Delta F < \Delta C; \quad , \quad , \quad N = \frac{\Delta D}{\Delta F - \Delta C} < 0.$$

Sind die Ordinaten negativ, und ist

$$1.\ \Delta F > \Delta C, \text{ so wird } N > 0;$$
$$2.\ \Delta F < \Delta C, \quad , \quad , \quad N < 0.$$

Wir sehen also, ganz unabhängig von dem Vorzeichen der zur Darstellung der Kurven der Doppelbrechung benutzten Ordinaten wird N positiv, wenn die Doppelbrechung im umgekehrten Sinne ansteigt wie die Wellenlänge, und N wird negativ, wenn die Doppelbrechung im Sinne der Wellenlängen ansteigt.

Geht die Doppelbrechung im sichtbaren Spektrum durch Null, so ergeben sich für die Werte C, D und F sechs Vorzeichenkombinationen, je nach den Vorzeichen der zur Darstellung gewählten Ordinaten. Demnach sind für das Verhalten von N sechs Fälle zu diskutieren. Wenn wir die Vorzeichen in der Reihenfolge C, D, F anführen, so haben wir:

1. + + −;	ist a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	so wird $N < 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$.
2. + − +;	a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N > 0$.
3. − + +;	a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	$N > 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N > 0$.
4. − − +;	a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$.
5. − + −;	a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N > 0$.
6. + − −;	a)	$\lvert\Delta F\rvert > \lvert\Delta C\rvert$,	$N > 0$;
	b)	$\lvert\Delta F\rvert < \lvert\Delta C\rvert$,	$N < 0$.

Um eine Vorstellung zu gewinnen von dem ungefähren Verlauf der Doppelbrechung in den Fällen 1 bis 6, sind die entsprechenden Kurven in den folgenden Figuren ganz schematisch gezeichnet.

Wir entnehmen aus diesen Figuren, daß in vier Fällen die Doppelbrechung kontinuierlich steigt oder fällt und in den beiden andern Fällen ein Maximum oder Minimum aufweist. Wie schon an früherer Stelle begründet, sind die Kurven, bei denen die Doppelbrechung mit zunehmender Wellenlänge abnimmt, nach oben

konkav; diejenigen, bei welchen die Doppelbrechung mit der Wellenlänge zunimmt, nach oben konvex. Die Fälle 3 und 6 können wir deshalb als hypothetisch ausschalten. Ebenso wollen wir die Fälle 2 und 5 mit den Extremwerten, die noch nicht beobachtet sind, fortlassen, weil es fraglich ist, ob ihnen eine wirkliche Existenz zukommt. Es bleiben uns also die beiden Fälle 1 und 4. Bei 1 ist N negativ, bei 4 desgleichen. Da die Kurven des Falles 1 genau die Spiegelbilder von denen des Falles 4 in bezug auf die λ-Achse sind, so unterscheiden sich beide nur formell. Man erhält die einen

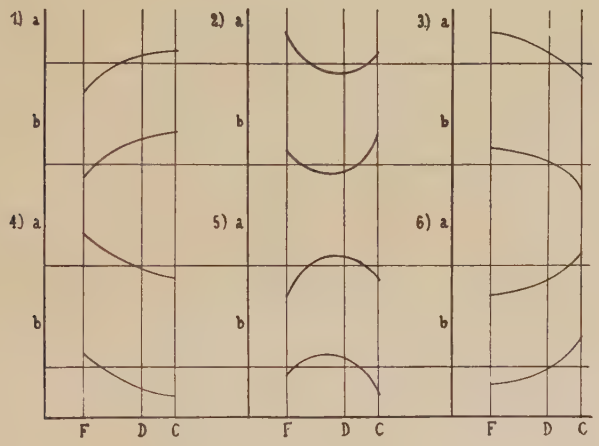


Fig. 7.

aus den andern, wenn man die Vorzeichen der Ordinaten vertauscht. Da, wie ja schon früher hervorgehoben, der Charakter der Interferenzfarben bei spiegelbildlicher Symmetrie zweier Γ-Kurven zur λ-Achse derselbe ist, so sind die Fälle 1 und 4 im Grunde genommen identisch. Dasselbe würde natürlich gelten für die korrespondierenden Fälle 2 und 5, sowie 3 und 6. Die Fälle 1 und 4 wird man nun, um sie von denjenigen zu unterscheiden, wo die Doppelbrechung dauernd dasselbe Vorzeichen hat, in eine besondere Rubrik einordnen und neben den N die charakteristischen Nullstellen der Doppelbrechung als Kennzeichen anführen.

In Tabelle 36 sind nun sämtliche in dieser Arbeit untersuchten Kristallplatten nach ihren Werten N geordnet. Das hierzu und zu den andern noch zu besprechenden Werten derselben Tabelle

nötige Zahlenmaterial ist erhalten durch sorgfältige graphische Interpolation aus den Größen, die sich für die Doppelbrechung nach der Streifenmethode ergeben haben. Hinzugenommen sind außerdem die andern Substanzen, von denen ebenfalls Gangunterschiedskurven in den Fig. 2 und 3 wiedergegeben sind, sowie, wegen seiner großen Bedeutung für die Kristalloptik, der Kalkspat. Dabei sind der Interpolation zugrunde gelegt beim Kalkspat die aus den Brechungsexponenten nach Gifford[1] folgenden Werte für die Doppelbrechung, bei den andern Kristallen die Zahlen der schon vorher angegebenen Verfasser.

Aus der Definition von N geht hervor, daß seine numerischen Werte um so größer werden, je geringer die relative Dispersion der Doppelbrechung $\frac{1}{N}$ wird. Die stärksten Dispersionen der Doppelbrechung entsprechen also der Null. N kann nun auf zweierlei Weise gleich Null werden; erstens indem in dem Bruch $\frac{\Delta D}{\Delta F - \Delta C}$ der Zähler gleich Null wird. Dies findet statt, wenn die Doppelbrechung gerade für die D-Linie durch Null geht. N gleich Null heißt in diesem Falle also ganz richtig, daß, wenn die Doppelbrechung im sichtbaren Spektrum durch Null geht, die Abweichung der Interferenzfarben von der Norm in dem Falle am auffälligsten wird, wo die für das Auge hellste Farbe im Spektrum vollständig fehlt. N kann zweitens zu Null werden, wenn in dem obigen Bruch der Nenner unendlich wird. Dieser Fall hat nur die Bedeutung eines Grenzwertes, der praktisch nicht erreicht werden kann. Von N gleich Null aus nehmen die relativen Dispersionen der Doppelbrechung nach beiden Seiten hin ab, so daß den Werten $N = +\infty$ und $N = -\infty$ die relative Dispersion d. D. Null entspricht; die darstellenden Kurven sind dann Parallelen zur λ-Achse.

Über die Genauigkeit, mit der sich die Zahlen N ermitteln lassen, ist folgendes zu sagen. Wenn zwei Zahlen ($\Delta F - \Delta C$) im Verhältnis a : b zueinander stehen, so ändert sich N bei gleichem ΔD im umgekehrten Verhältnis, b : a. Der prozentuale Fehler der mittleren Dispersion d. D. ($\Delta F - \Delta C$) wird um so größer, je kleiner diese Zahl selbst ist. Die Fehler von N werden demnach im ganzen genommen um so größer, je größer ΔD im Verhältnis zu ($\Delta F - \Delta C$) ist. Ein Beispiel dafür, wie sehr in ungünstigen

[1] J. W. Gifford, a. a. O.

Fällen der Wert N von der absoluten Genauigkeit abhängt, mit der (Δ F — Δ C) bekannt ist, bietet uns das Eis. Berechnet man nämlich N aus den Zahlen $(\varepsilon - \omega)_2$ nach der 1. Bestimmung in Tabelle 8, so erhält man den Wert 73,7; aus den Zahlen $(\varepsilon - \omega)_2$ nach der 2. Bestimmung in derselben Tabelle ergibt sich N zu 34,2. Ein Blick auf Tabelle 36 zeigt uns, daß die vorigen Werte für Eis beidemal größer sind wie das N bei Quarz. Die Zahl N = 34,2 wird nun aus verschiedenen Gründen der Wahrheit am nächsten kommen. Denn einmal sind die $(\varepsilon - \omega)_2$ nach der 2. Bestimmung wegen ihrer größeren absoluten Genauigkeit zuverlässiger wie diejenigen nach der 1. Bestimmung, was ja beim Eis des näheren erörtert worden ist. Außerdem sind die Interferenzfarben im Achsenbild des Eises nicht merklich stärker normal wie die gleichen Farben beim Quarz. Solange die Werte N über $\pm$ 30 liegen, sind indes selbst größere Schwankungen ihrer absoluten Beträge praktisch ziemlich belanglos. Denn da schon beim Quarz mit N = 33,7 die Abweichungen der Interferenzfarben von denen der Newton'schen Skala fast unmerklich werden, so wird man die Interferenzfarben bei Kristallen mit noch schwächerer relativer Dispersion d. D. gar nicht mehr von den normalen Farben unterscheiden können. Weiß man also, die Zahl N liegt für eine Substanz sicher über 34 (auch über 30 würde schon genügen), so ist dies vollkommen ausreichend, um sagen zu können, daß die Interferenzfarben dann normal sind.

Von größerem praktischen Interesse wird die Anordnung der doppelbrechenden Kristalle nach den Werten N in den Fällen, wo die Unterschiede der Interferenzfarben von den Newton'schen Farben sich deutlich bemerkbar machen. Glücklicherweise wird die Genauigkeit der N dann durchweg auch in ungünstigen Fällen ausreichend, um eine quantitative Anordnung der Mineralien nach dem Grade der Anormalität ihrer Interferenzfarben zu gestatten. Da die Streifenmethode, wie früher dargelegt wurde, kleinere relative Fehler ergibt wie die Prismenmethode, bei gleicher absoluter Genauigkeit, so wird man den nach der ersten Methode erzielten N den Vorzug geben. Die größere relative Genauigkeit der Streifenmethode gegenüber der Prismenmethode geht übrigens auch deutlich aus den Unterschieden zwischen den nach beiden Methoden erhaltenen Γ-Kurven hervor. Die Prismenmethode liefert, sowohl nach den Messungen des Verfassers wie auch nach

Tabelle 36.

Substanz	Relative Disp. d. D. N	Mittlere Disp. d. D. $\Delta F - \Delta C$	Wirkliche und partielle Dispers. d. D. $\Delta C - \Delta B$	$\Delta D - \Delta C$	$\Delta E - \Delta D$	$\Delta F - \Delta E$	$\Delta G - \Delta F$	$\Delta Hg - \Delta G$
Hambergit // (010)	46,8	0,00160	0,00018	0,00056	0,00050	0,00054	0,00103	0,00047
			0,112	0,350	0,313	0,338	0,644	0,294
Gips $\perp$ z. sp. Bis.	44,7	0,000047	0,000076	0,000010	0,000012	— 0,000022	— 0,000068	— 0,000052
			1,617	0,213	0,255	— 0,468	— 1,447	— 1,107
Hambergit // (001)	37,0	0,00093	0,00013	0,00030	0,00035	0,00028	0,00059	0,00093
			0,140	0,323	0,376	0,301	0,634	0,376
Eis	34,2	0,000041	0,000006	0,000014	0,000014	0,000013	0,000027	0,000020
			0,146	0,341	0,341	0,317	0,659	0,488
Quarz	33,7	0,000271	0,000031	0,000093	0,000101	0,000077	0,00142	0,000115
			0,116	0,344	0,374	0,283	0,525	0,425
Gips // (010)	32,6	0,000278	0,000049	0,000115	0,000091	0,000072	0,000112	0,000064
			0,176	0,414	0,328	0,259	0,403	0,230
Kalkspat	23,7	0,00726	0,00078	0,00214	0,00266	0,00246	0,00445	0,00276
	.		0,107	0,295	0,366	0,339	0,613	0,380
Apatit	21,5	0,000207	0,00024	0,000068	0,000070	0,000069	0,000129	0,000080
			0,116	0,300	0,338	0,333	0,623	0,386

Cupribikaliumchlorid	4,9	0,00716	0,00073 0,102	0,00196 0,274	0,00253 0,353	0,00267 0,373	0,00616 0,860	0,00484 0,676
Melilith	3,4	0,00057	0,00006 0,105	0,00014 0,246	0,00022 0,386	0,00021 0,368	0,00045 0,789	— —
Anatas	3,0	0,02430	0,00105 0,043	0,00642 0,264	0,01506 0,620	0,00924 0,380	0,02340 0,963	0,0219 0,901
Strontiumdithionat .	1,8	0,00190	0,00022 0,116	0,00050 0,263	0,00075 0,395	0,00065 0,342	0,00143 0,753	0,00084 0,444
Apophyllit	— 1,5	— 0,000735	— 0,000101 0,137	— 0,000250 0,337	— 0,000271 0,366	— 0,000214 0,291	— 0,000359 0,488	— —
Vesuvian	— 2,4	— 0,00087	— 0,00011 0,126	— 0,00024 0,276	— 0,00032 0,359	— 0,00031 0,347	— 0,00085 0,977	— —
Brucit	— 7,1	— 0,00267	— 0,00032 0,120	— 0,00074 0,277	— 0,00102 0,383	— 0,00091 0,341	— 0,00066 0,247	— 0,00071 0,266
Phosgenit	— 10,6	— 0,00253	— 0,00025 0,099	— 0,00055 0,217	— 0,00152 0,601	— 0,00046 0,182	— —	— —

denjenigen anderer Autoren, immer I-Kurven, die ein wenig im Zickzack verlaufen. Die Gangunterschiedskurven nach der Streifenmethode weisen dagegen eine ganz regelmäßige Krümmung auf. Die letzte Methode ergänzt daher nicht nur die andere, sondern sie gibt überhaupt eine gute Kontrolle für die auf anderem Wege ermittelte Doppelbrechung, insbesondere für deren Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Die Kristalle in Tabelle 36 sind nach abnehmendem N geordnet. Zuerst kommen die positiven Werte herunter bis Null; daran schließen sich die negativen Werte mit steigenden absoluten Zahlen. Daß die Größen N in der Tat den Unterschieden zwischen den verschiedenen Farbenfolgen deutlich parallel gehen, kann man leicht durch Vergleich der Interferenzfarben an Keilen oder an den Achsenbildern der Kristalle erkennen. So zeigen z. B. Anatas und Cupribikaliumchlorid ihrem kleinen N entsprechend schon stark ins Auge fallende Differenzen gegenüber dem Quarz, der ein großes N besitzt. Bei Kalkspat sind analog die Unterschiede viel weniger auffallend. Wenn die Zahlen N einander naheliegen, so zeigen die betreffenden Substanzen auch große Ähnlichkeit in ihren Interferenzfarben. Um sich hiervon zu überzeugen, vergleiche man z. B. die Farbenfolgen bei Quarz und Gips, bei Anatas und Cupribikaliumchlorid oder bei Brucit und Phosgenit. Bei den letzten beiden Paaren betrachtet man dabei am bequemsten die Farben in den Achsenbildern. Die stärksten anormalen Interferenzfarben zeigen von den Kristallen der Tabelle das Strontiumdithionat mit dem kleinsten positiven N und der Apophyllit mit dem kleinsten negativen N. Die Substanzen mit negativem N bieten dem Auge auffälligere Abweichungen von den normalen Farben wie die mit positivem N bei gleichen absoluten Werten dieser Zahlen. Die Erklärung hierfür wurde bei der Betrachtung der verschiedenen Arten von Gangunterschiedskurven gegeben. Die größte Annäherung an die normalen Farben würde in unserer Tabelle der Hambergit in Platten parallel (010) zeigen. Nach Angaben von Wülfing und Oppenheimer[1] soll der Cordierit so normale Interferenzfarben haben, wie sie wenig andere Minerale sonst aufweisen. Nun haben ja die Cordierite der verschiedenen

[1] E. A. Wülfing u. L. Oppenheimer, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. Math.-natw. Kl. Abt. A. Math.-phys. Wiss. Jahrg. 1914. 10. Abhandlung.

Fundorte, deren Brechungsexponenten OPPENHEIMER[1] gemessen hat, Dispersionen der Doppelbrechung, die sich erst in der vierten Dezimale bemerkbar machen. Doch ist gleichzeitig die Doppelbrechung gering; sie schwankt zwischen der des Quarzes und ungefähr dem vierten Teil dieses Betrages. Es ist also nicht ausgeschlossen, daß demgegenüber die kleine mittlere Dispersion der Doppelbrechung doch noch sehr merklich ins Gewicht fällt. Berechnet man nun, um dies zu entscheiden, die Größen N, so erhält man dafür die folgenden Zahlen:

Fundorte	$(\gamma - \alpha)$	N bei $(\beta - \alpha)$	$(\gamma - \beta)$
Haddam	30	39,5	11
Guilford Co.	40	57	23
Bodenmais	12,3	30	5,2
Berg Ibity	20	26,5	13,5
Twedestrand	70	24	22
Orijärvi	35,5	14	6,8
Cabo de Gata	86	45	20,5

Wenn man diese Werte kritiklos hinnimmt, so muß man aus ihnen schließen, daß die Interferenzfarben des Cordierits bald sehr normal, bald mehr oder weniger anormal sind. Es ist aber zu berücksichtigen, daß die Fehler der Brechungsexponenten und der Doppelbrechung, die zu $\pm 0{,}0002$ angegeben werden, nahe von derselben Größe sind wie die mittleren Dispersionen der Doppelbrechung selbst; $(\Delta F - \Delta C)$ schwankt nämlich zwischen 0,0001 und 0,0007. Dies genügt vollkommen, um starke Differenzen in den N zu veranlassen. Man wird also hieraus den Schluß ziehen, daß die Genauigkeit der zugrunde liegenden Werte für die Doppelbrechung nicht hinreichend ist, um die relative Dispersion d. D. einwandfrei zu bestimmen. Die Fehler in der Doppelbrechung müßten mindestens etwa zehnmal kleiner sein, wenn man die Größen N mit genügender Annäherung bekommen will. In Dünnschliffen soll übrigens der Cordierit hinsichtlich seiner Interferenzfarben sich kaum von Quarz unterscheiden lassen.

In den andern Kolumnen der Tabelle 36 sind noch angeführt die mittleren Dispersionen $(\Delta F - \Delta C)$ und die partiellen Dispersionen der Doppelbrechung, wie sie auf p. 357/8 definiert worden

[1] L. OPPENHEIMER, Untersuchungen an Cordierit. Inaug.-Dissertation, Heidelberg 1914.

sind. Alle diese Zahlen sind positiv, wenn die Doppelbrechung im umgekehrten Sinne wie die Wellenlänge verläuft, sie sind negativ, wenn die Doppelbrechung mit der Wellenlänge zunimmt. Hat ein Mineral, wie in der Tabelle der Gips senkrecht zur sp. Bis., ein Maximum der Doppelbrechung, so ändern die partiellen Dispersionen d. D. von der Stelle des Maximums an ihr Vorzeichen. Dasselbe würde gelten für ein Minimum der Doppelbrechung. Man kann an diesem Vorzeichenwechsel also gleich das Vorhandensein eines Extremwertes erkennen. Im übrigen ist beim Gips senkrecht zur sp. Bis. sowohl N wie (Δ F — Δ C) positiv, weil die Doppelbrechung bis F nicht so weit sinkt wie bis C. Die Minerale mit schwachen Extremwerten kann man demnach wohl ohne weiteres mit in die Tabelle einreihen.

Unter den Zahlen für die partiellen Dispersionen d. D. in der Tabelle 36 findet man die zugehörigen reduzierten partiellen Dispersionen d. D., die, wie auf p. 358 schon dargelegt wurde, sich ergeben durch Division der partiellen Dispersionen d. D. mit der mittleren Dispersion d. D. Die reduzierten partiellen Dispersionen d. D. sind in allen Fällen unserer Tabelle positiv, mit Ausnahme der drei letzten Werte beim Gips senkrecht zur sp. Bis., weil nur hier Zähler und Nenner des Bruches verschiedenes, sonst aber immer gleiches Vorzeichen haben. Gleiche Zahlen für die reduzierten Dispersionen d. D. in denselben Spektralgebieten bedeuten proportionalen Gang der Doppelbrechung der betreffenden Kristalle. Einen ziemlich proportionalen Verlauf der Doppelbrechung haben demnach z. B. Eis und Hambergit parallel (010); ebenso Eis und Quarz. Einen von den übrigen Mineralien erheblich abweichenden Verlauf der Doppelbrechung finden wir z. B. beim Anatas, beim Cupribikaliumchlorid und beim Strontiumdithionat. Bei Kompensation der letzten Kristalle mit einem Quarzkeil wird man deshalb in der Subtraktionslage für viele Interferenzfarben kein reines Grauschwarz, sondern ein mehr oder weniger farbiges Grau bekommen, und man wird manchmal Mühe haben, die Kompensation scharf zu erkennen.

Wie schon am Schluß der Einleitung kurz bemerkt wurde, teilt Becke[1] die doppelbrechenden Minerale hinsichtlich des Charakters ihrer Interferenzfarben ein in normale, übernormale

[1] F. Becke, a. a. O.

unternormale und anormale. Übernormal sind die Interferenzfarben derjenigen Kristalle, bei welchen die Doppelbrechung für Violett größer ist wie für Rot, und unternormale Farben sind vorhanden, wenn die Doppelbrechung eines Kristalles für Violett kleiner ist wie für Rot. Anormale Farben endlich haben solche Kristallplatten, bei denen die Doppelbrechung für die betreffende Richtung im Kristall durch Null hindurchgeht. Insofern es sich dabei nur um eine Gruppierung der Minerale handelt, läßt sich gegen diese Einteilung nichts einwenden. Für die normalen Kristalle wäre also $N = \pm \infty$; für die übernormalen hätte N positives und für die unternormalen negatives Vorzeichen. Den anormalen Mineralen käme neben einem negativen N eine charakteristische Nullstelle für die Doppelbrechung zu. Wenn man aber mit den Becke'schen Ausdrücken die Interferenzfarben charakterisieren will, so ist die Bezeichnung übernormal zwar ganz angebracht; der Ausdruck unternormal ist jedoch nur so lange wirklich treffend, wie bei den in Frage kommenden Kristallen der erste Interferenzstreifen noch im Violett auftritt. Erhalten die Gangunterschiedskurven in der Nähe der Geraden $\Gamma = \lambda$ eine größere mittlere Neigung wie diese Gerade, tritt also der erste Interferenzstreifen im Rot auf, so haben die Farben neben andern Nuancen auch noch eine andere Reihenfolge. Man kann sie deshalb nur als anormal bezeichnen. Doch wie man die Namen wählt, ist ja schließlich Nebensache, wenn man nur weiß, was darunter zu verstehen ist. Wir können jetzt aber um so eher auf eine derartige Namengebung verzichten, als wir in der Angabe der N eine übersichtliche und vor allen Dingen auch quantitative Einteilung nach der relativen Dispersion der Doppelbrechung auf die Minerale anwenden können, was ja gleichbedeutend ist mit einer Anordnung der doppelbrechenden Kristalle nach dem Grade der Abweichung ihrer Interferenzfarben von den Farben der Newton'schen Skala.

Zusammenfassung und Ergebnisse allgemeiner Art.

Nach zwei Methoden, einmal durch Ermittlung der Brechungsexponenten an Prismen nach der Methode des Minimums der Ablenkung, das andere Mal mit Hilfe der Spektralanalyse der Interferenzfarben planparalleler Kristallplatten, wurde die Dispersion der Doppelbrechung an folgenden Kristallen gemessen:

1. Quarz,
2. Apatit,
3. Eis,
4. Brucit,
5. Apophyllit,
6. Anatas,
7. Cupribikaliumchlorid,
8. Hambergit,
9. Gips.

Die Brechungsexponenten sind dabei gemessen worden bei 2, 3, 5, 6, 7 und 8. Am Eis wurden außerdem Brechungsexponenten bei einigen tieferen Temperaturen ermittelt.

Der Einfluß der Dispersion der Doppelbrechung auf die Interferenzfarben, welche die Kristalle zwischen gekreuzten Nicols zeigen, wurde an Hand einer graphischen Darstellung der erlangten Resultate einer näheren Erörterung unterzogen. Zur Anordnung der Kristalle nach dem Grade der Anormalität ihrer Interferenzfarben wurde die „relative Dispersion der Doppelbrechung" eingeführt und als dafür recht geeignet befunden.

Von allgemeinen Resultaten mögen noch folgende hervorgehoben werden.

Der unregelmäßige Verlauf der Doppelbrechung mit der Wellenlänge, den man häufig erhält, wenn man die Doppelbrechung aus den in der Literatur angegebenen Brechungsexponenten berechnet (selbst in Fällen, wo die Brechungsexponenten anscheinend tadellos stetig gekrümmte Kurven ergeben), hat sich durch die „Streifenmethode" in den untersuchten Fällen als fehlerhaft erwiesen. Im Falle des Eises konnte festgestellt werden, daß die Schwankung der Doppelbrechung sich durch ein entsprechendes Wandern der Temperatur im Betrage von nur wenigen Graden erklären läßt. Es liegt daher nahe, in ähnlichen Fällen ebenfalls Temperaturschwankungen zu vermuten. Wenn man bei Messungen von Brechungsexponenten die Genauigkeit eines guten Spektrometers wirklich ausnutzen will, ist deshalb nach Möglichkeit für konstante Temperatur zu sorgen; sonst sollte wenigstens die zu jedem Exponenten zugehörende Temperatur besonders angegeben werden.

Bei manchen Kristallen, die als kristalline Gemengteile der Gesteine auftreten, kann man anormale Interferenzfarben schon

im Dünnschliff erkennen. Aber man wird auf diese Weise doch nicht alle Kristalle mit anormalen Interferenzfarben, die in Dünnschliffen vorkommen, auffinden können. Wenn nämlich die Doppelbrechung solch geringe Beträge erreicht wie beim Apophyllit oder beim Vesuvian, so zeigen die betreffenden Kristalle in Dünnschliffen nur noch tiefes Grau, also überhaupt keine unterschiedlichen Interferenzfarben.

Am Beispiel des Eises ist gezeigt worden, daß man die Streifenmethode vorteilhaft benutzen kann, um unter Anwendung der Photographie für eine große Anzahl von Wellenlängen die Doppelbrechung vergänglicher Substanzen sehr genau zu bestimmen. Als solche Substanzen kämen weiter in Frage flüchtige, sich leicht zersetzende, überhaupt irgendwie instabile Kristalle.

Lebenslauf.

Am 29. November 1889 wurde ich, Arthur Ehringhaus, als Sohn des Kaufmanns Gustav Ehringhaus zu Mettmann (bei Düsseldorf) geboren. Vom 7. bis 13. Lebensjahre besuchte ich die Volksschule. Ostern 1901 bis Ostern 1904 war ich Schüler der höheren Privatschule zu Heiligenhaus (Niederrhein). Ich bestand darauf die Aufnahmeprüfung für die Obertertia des Städtischen Realgymnasiums zu Düsseldorf und erhielt Ostern 1909 an dieser Anstalt das Reifezeugnis. Meine nun folgenden Studien an der Universität Göttingen waren den Naturwissenschaften und der Mathematik gewidmet. Anfang Dezember 1913 bestand ich die Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen. Während des Krieges und auch schon einige Monate vorher war ich vertretungsweise als Assistent im Mineralogischen Institut der Universität Göttingen beschäftigt.

In Göttingen besuchte ich die Vorlesungen und Übungen folgender Herren Dozenten:

Hilbert, Husserl, Koebe, Kötz, Landau, Levin, Mügge, G. E. Müller, Pompeckj, Riecke †, Schwarzschild, H. Th. Simon, Toeplitz, Voigt, Wallach, Weyl, Zermelo.

Allen meinen verehrten Lehrern gilt mein aufrichtiger Dank. Insbesondere danke ich Herrn Geh. Bergrat Prof. Dr. O. Mügge verbindlich für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit sowie für seine stets bereitwillig gewährte Unterstützung.

Druck von Carl Grüninger, Stuttgart.